



12307683

TENTAMEN / EXAMINATION

Fylls i av student / To be completed by the student

Skriv anonymiseringskoden på samtliga svarsblad / Write your anonymity code on each sheet		Anonymiseringskod / Anonymity code	
		N E G B 0 1 - 0 0 4 2 - R G P	
Provbenämning / Exam name			Öanmäld
Kvantitativa metoder i nationalekonomi			
Kurskod / Course code	Modul / Module	Tentamensdatum / Examination date	
N E G B 0 1	1 0 0 0	2 0 2 3 - 0 2 - 1 0	
Jag har tagit del av regler som gäller vid tentamen / I have read the current rules for examinations		Antal inlämnade blad med anonymiseringskod / Number of sheets with anonymity code	
<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes		1 7	

Fylls i av skrivvakt / To be completed by the invigilator

Kontroll av legitimation / Identification checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	Härmed intygas att kontroller utförts / This is to certify that the checks have been carried out
Kontroll av inlämnade blad / Answer sheets checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	
Inlämningstid / Time of submission	1 7 : 1 7	Tydlig sign. / Signature BK

Fylls i av lärare / To be completed by the examiner

Bedömning av uppgifter / Questions attempted										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	~
2	1	4,5	1	3	4,5	4	4,5			
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	~
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	~
Totalt antal poäng / Total points				Examin. lärare / Kursansvarig signatur / Signature of the examiner						
18,5				D.L						
Betyg / Grade				Namnförtydligande / Clarification of the signature						
VG										

12307683

Försättsbladet ska alltid lämnas in även om ingen uppgift behandlats /
Examination should always be submitted even if no questions are answered



a) svar

$$15x - 50 = 200 - 5x$$

$$20x = 250$$

$$x = 12,5 \quad 0,5$$

b) svar

$$3x^2 = -21x - 30$$

$$3x^2 + 21x + 30 = 0$$

Delar allt med 3

$$x^2 + 7x + 10 = 0$$

pQ-formel

$$-3,5 \pm \sqrt{12,25 - 10}$$

$$-3,5 \pm 1,5$$

$$x_1 = -3,5 - 1,5 = -5 \quad 0,5$$

$$x_2 = -3,5 + 1,5 = -2$$

c) svar

$$100 \cdot 1,08^x = 150$$

$$1,08^x = 1,5$$

$$\frac{150}{100} = 1,5$$

$$x = \frac{\ln 1,5}{\ln 1,08} \quad 0,5$$

d) svar

$$\ln(x) = \ln(7) - \ln(3) + \ln(6)$$

$$\ln x + \ln(3) = \ln 7 + \ln(6)$$

$$\ln(3x) = \ln(42)$$

 ↓
 nästa blad.



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01-0042-RGP

Löpande sidnr
Consecutive no:

2

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

$$3x = 42$$

$$x = \frac{42}{3}$$

3

$$\underline{x = 14} \quad 0,5$$

Uppgift nr /
Question no:

1

Poäng / Points
awarded:

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGBO1-0042-RGP

Löpande sidnr
Consecutive no:

3

Uppgift nr /
Question no:

2

Poäng / Points
awarded:

1

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

Svar)

$$\begin{array}{r} -x + y = -3 \\ 3x + y = 1 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \downarrow \\ \cdot 3 \\ \downarrow \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ \\ \cdot 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x + y = -3 \\ 4y = -8 \end{array}$$

$$4y = -8$$

$$y = \frac{-8}{4}$$

$$y = -2 \quad 0,5 \quad \underline{x = 1}$$

$$-x + -2 = -3$$

$$-x = -1$$

$$\underline{x = 1} \quad 0,5$$



Svar)

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 8 \\ 2x + 3y - 2z = 35 \\ -5x - 3y + 2z = -47 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2 \quad 5 \\ \downarrow \\ -2 \end{array}$$

$$0,5 \text{ (metod)} \left. \begin{array}{l} x + y + z = 8 \\ y - 4z = 19 \\ 2y + 7z = -7 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2 \\ \downarrow \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 8 \\ y - 4z = 19 \\ 15z = -45 \end{array} \right\}$$

$$15z = -45$$

$$z = \frac{-45}{15}$$

$$\underline{z} = -3 \quad 0,5$$

$$\underline{y} = 7$$

$$\underline{x} = 4$$

$$x + y + z = 8$$

$$x + 7 - 3 = 8 \quad 0,5$$

$$x + 7 = 11$$

$$x = 11 - 7$$

$$x = 4$$

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01 - 0042 - RGP

Löpande sidnr
Consecutive no:

5

Uppgift nr /
Question no:

4

Poäng / Points
awarded:

1

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

Svar)

$$P = 1000 - 4Q^2 - 2Q$$

a) Svar

$$E = \frac{P}{Q} \cdot \frac{1}{\frac{dP}{dQ}}$$

$$E = \frac{580}{10} \cdot \frac{1}{-8Q - 2}$$

$$1000 - 4 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10 =$$

$$1000 - 400 - 20 =$$

$$1000 - 420 = 580$$

$$\frac{dP}{dQ} = -8Q - 2$$

$$-8 \cdot 10 - 2 = -82$$

$$E = \frac{580}{10} \cdot \frac{1}{-82} = \frac{580}{-820} \approx -0,70731$$

0,5

$$E \approx 0,70731$$

*E_p is negative but
|E_p| is positive*

0,5

b) svar

$$E = \frac{980}{2} \cdot \frac{1}{-18} = \frac{980}{-36} \approx -27,222$$

$$1000 - 4 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2$$

$$1000 - 16 - 4$$

$$1000 - 20 = 980$$

$$E \approx 27,222$$

$$\frac{dP}{dQ} = -8Q - 2$$

$$-8 \cdot 2 - 2 = -18$$



a) svar

$$-2x^3 + 8x - e^x$$

$$f'(x) = -6x^2 + 8 - e^x \quad 0,5$$

b) svar

$$\ln(x) + \sqrt[3]{x}$$

$$\ln(x) + x^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} \quad 0,5$$

c) svar

$$e^{\ln(x)}$$

$$f'(x) = \ln e^{\ln(x)} \quad \checkmark$$

d) svar

$$(x^3 + 5x^2 + 5)^{12}$$

$$f'(x) = 12(x^3 + 5x^2 + 5)^{11} \cdot (3x^2 + 5) \quad \checkmark$$

e) svar

$$\ln(x^3 + 7x)$$

$$f'(x) = \frac{3x^2 + 7}{x^3 + 7x} \quad 0,5$$

f) svar

$$(x^2 + 4)^2 \cdot \ln(5x) \quad 0,5$$

$$f'(x) = 2(x^2 + 4) \cdot (2x) \cdot \ln(5x) + (x^2 + 4)^2 \cdot \frac{5}{5x}$$

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01 - 0042 - RGP

Löpande sidnr
Consecutive no:

7

Uppgift nr /
Question no:
5

Poäng / Points
awarded:

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

g) svar

$$f'(x) = -2x^{-3} \cdot \ln(x^3) + x^{-2} \cdot \frac{3x^2}{x^3}$$

0,5

h) svar

$$\frac{(x^3 + 3)^2}{(\sqrt{x})^3}$$

$$\frac{(x^3 + 3)^2}{(x^{0,5})^3} = \frac{(x^3 + 3)^2}{x^{1,5}}$$

$$f'(x) = \frac{2(x^3 + 3) \cdot (3x^2) \cdot x^{1,5} - (x^3 + 3)^2 \cdot 1,5x^{0,5}}{(x^{1,5})^2}$$

0,5

Skriv ej i detta område
Leave this area blank



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01-0042-RGP

Löpande sidnr
Consecutive no:

8

Uppgift nr /
Question no:

6

Poäng / Points
awarded:

1.5

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

Svar)

$$\frac{x^3}{3} + 6x^2 - 64x + 4xy^2$$

derivata av
rule.

$$\frac{x^3}{3} = x^2 \text{ enligt Quotient}$$

$$f_x = x^2 + 12x - 64 + 4y^2$$

$$f_y = 8xy$$

$$(1) \quad x^2 + 12x - 64 + 4y^2 = 0$$

$$(2) \quad 8xy = 0 \quad 0.5$$

Stationary
points →

$$x_1 = 0 \quad y_1 = 4$$

$$x_1 = -16 \quad y_1 = 0$$

$$x_2 = 0 \quad y_2 = -4$$

$$x_2 = 4 \quad y_2 = 0$$

När $x=0$ så får vi på första ekvation

$$0^2 + 12 \cdot 0 - 64 + 4y^2 = 0$$

$$4y^2 = 64$$

$$y^2 = 16$$

$$y = \sqrt{16}$$

$$y_1 = -4$$

$$y_2 = 4$$

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01 - 0042 - RGP

Löpande sidnr
Consecutive no:

9

Uppgift nr /
Question no:

6

Poäng / Points
awarded:

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

När $y=0$ på första ekvation

så får vi

$$x^2 + 12x - 64 = 0$$

PQ-formel $-b \pm$

$$-6 \pm \sqrt{36 + 64}$$

$$-6 \pm \sqrt{100}$$

$$-6 \pm 10$$

$$\underline{x_1 = -16}$$

$$\underline{x_2 = 4}$$

Nu har vi hittat alla stationery
points.

$$f_{xx} = 2x + 12$$

$$f_{yy} = 8x$$

$$f_{xy} = 8y$$

	f_{xx}	f_{yy}	f_{xy}	
$x=0, y=4$	12	$(8 \cdot 0)$	$-(8 \cdot 4)^2 = -1024$	saddle point
$x=0, y=-4$	12	$(8 \cdot 0)$	$-(8 \cdot -4)^2 = -1024$	saddle point
$x=-16, y=0$	$2 \cdot -16 + 12 = -20$	$8 \cdot -16 = -128$	$-(8 \cdot 0)^2 = 0$	local maximum
$x=4, y=0$	$2 \cdot 4 + 12 = 20$	$(8 \cdot 4) = 32$	$-(8 \cdot 0)^2 = 0$	local minimum



a) svar

objective

$60xy$

constraint

$3x + 5y = 1500$

Lagrange

$$60xy + \lambda \cdot (1500 - (3x + 5y))$$

$$60xy + 1500\lambda - 3x\lambda - 5y\lambda$$

$$f_x = 60y - 3\lambda$$

$$f_y = 60x - 5\lambda$$

$$f_\lambda = 1500 - 3x - 5y \quad 0,5$$

$$60y - 3\lambda = 0$$

$$60x - 5\lambda = 0$$

$$1500 - 3x - 5y = 0$$

$$60y = 3\lambda$$

$$\lambda = \frac{60y}{3}$$

$$\lambda = 20y$$

$$60x = 5\lambda$$

$$\lambda = \frac{60x}{5}$$

$$\lambda = 12x$$

0,5 (Method)

$$\frac{3}{12} = 0,25$$

↓

$$3x = 0,25\lambda$$

$$5y = 0,25\lambda$$

$$\frac{5}{20} = 0,25$$

$$1500 - 3x - 5y = 0$$

$$1500 - 0,25\lambda - 0,25\lambda = 0$$

$$1500 = 0,5\lambda \quad 0,5$$

Därför måste λ vara 3000

$$\lambda = 3000$$

$$x = 250$$

$$y = 150$$

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01 - 0042-RGP

Löpande sidnr
Consecutive no:

11

Uppgift nr /
Question no:

7

Poäng / Points
awarded:

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

$$60x - 5\lambda = 0$$

$$60x - 5 \cdot 3000 = 0$$

$$60x = 15000$$

$$x = \frac{15000}{60}$$

$$\underline{x = 250}$$

$$60y - 3\lambda = 0$$

$$60y - 3 \cdot 3000 = 0$$

$$60y = 9000$$

$$y = \frac{9000}{60}$$

$$y = 150$$

$$\text{maximum value} = 60xy$$

$$60 \cdot 250 \cdot 150 = 2\,250\,000$$

0,5

b) svar

objective

$$60xy$$

constraint:

$$3x + 5y = 1501$$

$$5y = 1501 - 3x$$

$$y = 300,2 - 0,6x$$

$$60 \cdot x \cdot (300,2 - 0,6x)$$

$$60x(300,2 - 0,6x)$$

↓ nästa blad



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01 - 0042 - RGP

Löpande sidnr
 Consecutive no:

12

Uppgift nr /
 Question no:
 7

Poäng / Points
 awarded:

Lärens
 anteckning
 Examiner's remarks:

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

$$f(x) = 18012x - 36x^2 \quad 0,5$$

$$f'(x) = 18012 - 72x$$

$$18012 - 72x = 0$$

$$18012 = 72x$$

$$x = \frac{18012}{72}$$

$$x \approx 250,17 \quad 0,5$$

$$0,6 \cdot 250,17 \approx 150,1$$

Maximum value

$$60 \cdot 250,17 \cdot (300,2 - 150,1) = 75101,034 - 37550$$

$$60 \cdot 37551,034 = 2253062,04 \quad 0,5$$

$$60 \cdot 37551,034 = 2253062,04$$

c) Svar 1 fråga A så fick vi $\lambda = 3000$. I fråga B så fick vi en ökning på ungefär 3000 när vi ökade constrainten från

$$3x + 5y = 1500 \rightarrow 3x + 5y = 1501$$

I A fick vi max value 2 250 000

I B fick vi max value ca 2 253 062

D.v.s med hjälp av $\lambda = 3000$ kan vi estimerar hur mycket max value stiger med om vi ökar 0,5 constraint med 1 steg. D.v.s 3000 i detta fall.



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01-0042-RGP

Löpande sidnr
 Consecutive no:

13

Uppgift nr /
 Question no:

8

Poäng / Points
 awarded:

→

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

5)

1 Antaganden

1 = Normalfördelad population

2 = Lika populationsstandardavvikelse

3 = Slumpmässiga urval av stickprov 0,5

2 Hypotes

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

H_a : Populationsmedelvärdena är ej lika.
 0,5

3 Statistic

$$F = \frac{MST}{MSE} = \frac{SST/(g-1)}{SSE/(n-g)}$$

SST total = 68,4

$$SST = \sum (\bar{X} - \bar{X}_{tot})^2$$

SST = 32,1 0,5

$$SSE = \sum (X - \bar{X}_i)^2$$

SSE = 36,3 0,5

$$g - 1 = 3 - 1$$

\bar{X}_{tot} = 17,8

$$\underline{n-g} = 15 - 3$$

\bar{X}_1 = 16

\bar{X}_2 = 19,5

\bar{X}_3 = 17,2



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01 - 0042 - RGP

Löpande sidnr
Consecutive no:

14

Uppgift nr /
Question no:

8

Poäng / Points
awarded:



Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

$$\begin{aligned}\bar{X}_{\text{tot}} &= 15 + 15 + 16 + 18 + \\ &+ 17 + 21 + 19 + 20 + 18 + 22 \\ &+ 19 + 16 + 19 + 17 + 15 = 267\end{aligned}$$

$$\frac{267}{15} = 17,8$$

$$\bar{X}_1 = \frac{15 + 15 + 16 + 18}{4} = 16$$

$$\bar{X}_2 = \frac{17 + 21 + 19 + 20 + 18 + 22}{6} = 19,5$$

$$\bar{X}_3 = \frac{19 + 16 + 19 + 17 + 15}{5} = 17,2$$

$$\begin{aligned}SST &= (16 - 17,8)^2 + (16 - 17,8)^2 + (16 - 17,8)^2 \\ &+ (16 - 17,8)^2 + (19,5 - 17,8)^2 + (19,5 - 17,8)^2 + \\ &(19,5 - 17,8)^2 + (19,5 - 17,8)^2 + (19,5 - 17,8)^2 + \\ &(19,5 - 17,8)^2 + (17,2 - 17,8)^2 + (17,2 - 17,8)^2 \\ &+ (17,2 - 17,8)^2 + (17,2 - 17,8)^2 + (17,2 - 17,8)^2 \\ &= 32,1\end{aligned}$$

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01-0042-RGP

Löpande sidnr
 Consecutive no:

15

Uppgift nr /
 Question no:

8

Poäng / Points
 awarded:

→

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:

$$\begin{aligned}
 SSE &= (15-16,1)^2 + (15-16,1)^2 + (16-16,1)^2 \\
 &+ (18-16,1)^2 + (17-19,5)^2 + (21-19,5)^2 \\
 &+ (19-19,5)^2 + (20-19,5)^2 + (18-19,5)^2 + \\
 &(22-19,5)^2 + (19-17,2)^2 + (16-17,2)^2 + \\
 &(19-17,2)^2 + (17-17,2)^2 + (15-17,2)^2 \\
 &= 36,3
 \end{aligned}$$

$$F = \frac{32,1 / (2)}{36,3 / (12)} = \frac{16,05}{3,025} \approx 5,3057851$$

0,5

1 conclusion

Täljare: 22 och nämnare 12 = 3,89 enligt 0,5

F-tabell, Eftersom $F(5,3057851)$

är större än 3,89 så förkastas H_0 .

Med ord: På en signifikansnivå på 5%
 kan vi påstå att medellängden på
 morötterna inte är lika beroende på 0,5
 vilken (fertilizer man använder). D.V.S vi
 kan påstå att olika fertilizers ger
 olika medellängd på morötterna.



b) svar

$$(n-9) =$$



$$CI = (\bar{x}_i - \bar{x}_j) \pm t \cdot \sqrt{MSE \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

$$(\mu_1 - \mu_2): (16 - 19,5) \pm 2,18 \cdot \sqrt{3,025 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right)}$$

$$-3,5 \pm 2,18 \cdot \sqrt{1,260416667}$$

$$2,18 \cdot 1,122682799$$

$$-3,5 \pm 2,674486$$

$$\mu_1 - \mu_2 \left[-6,17, -0,83 \right] \quad \checkmark$$

$$(\mu_1 - \mu_3) = -1,2 \pm 2,18 \cdot \sqrt{3,025 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)}$$

$$-1,2 \pm 2,18 \cdot \sqrt{1,36125}$$

$$-1,2 \pm 2,18 \cdot 1,166726189$$

$$-1,2 \pm 2,543463092$$

$$\mu_1 - \mu_3 \left[-3,74, 1,34 \right] \quad \checkmark$$

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01 - 0042 - RGP

Löpande sidnr
Consecutive no:

17

Uppgift nr /
Question no:

8

Poäng / Points
awarded:

4,5+

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

$$\mu_2 - \mu_3 = 19,5 - 17,2 = 2,3$$

$$2,3 \pm 2,18 \cdot \sqrt{3,025 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{5}\right)}$$

$$2,3 \pm 2,18 \cdot \sqrt{3,025 \cdot 0,3667}$$

$$2,3 \pm 2,18 \cdot \sqrt{1,1092675}$$

$$2,3 \pm 2,18 \cdot 1,053217689$$

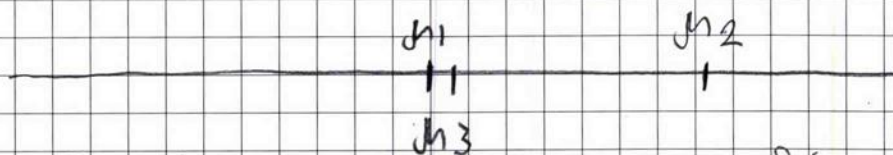
$$2,3 \pm 2,296014562$$

$$\mu_2 - \mu_3 \left[0,04, 4,6 \right] \quad \text{OK}$$

$$\mu_1 - \mu_2 \left[-6,17, -0,83 \right] \quad \mu_1 < \mu_2$$

$$\mu_1 - \mu_3 \left[-3,74, 1,34 \right] \quad \mu_1 - \mu_3 \text{ kan vara lika eller som } 0 \text{ finns med.}$$

$$\mu_2 - \mu_3 \left[0,04, 4,6 \right] \quad \mu_2 > \mu_3$$



Svar Fertilizer 2 skiljer sig från de andra