



Antal blad /
Number of sheets

12 ✓

TENTAMEN / EXAMINATION

- Anvisningar:** Skriv din anonymitetskod på varje blad.
Endast en uppgift får lösas på varje blad.
Var vänlig skriv tydligt!
- Instructions:** Write your anonymous code on each sheet.
Answer only one question on each sheet.
Please write clearly!

Vänligen texta anonymitetskoden i textboxen enligt exempel nedan!
Please write the Anonymous Code clearly in the textbox like example below!

Bokstäver/Letters:

A-B-C-D-E-F-G-H-I-J-K-L-M-N-O

P-Q-R-S-T-U-V-W-X-Y-Z-Å-Ä-Ö

Siffror/Numbers:

Ø-1-2-3-4-5-6-7-8-9

Exempel: A B C 1 7 Ø - Ø 1 7

STGAØ1

Kurskod + Kurs / Course Code + Course:

STATISTIK

Delkurs / Part course:

Anonymitetskod / Anonymous code =
Kurskod + kodnr / course code + code number

STGAØ1 - Ø21 ✓

Tentamensdatum /
Examination date:

050615

Behandlade uppgifter / Solved problems

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	X	X	X	X	X									
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Ifylles av lärare / To be completed by the examiner

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
9,5	7,5	8,5	8,5	6,5	7									
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Poäng / Marks gained:

47,5

Betyg / Grade:

V6

Max poäng / Total marks gained:

60

För Gk poäng / Marks gained to be passed:

30

Examin. lärare / Kursansvarig signatur / Signature of the examiner

Q.L

Namnförtydligande / Clarification of the signature



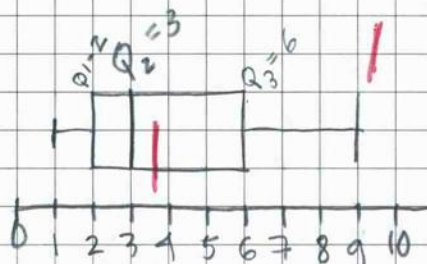
a) kön 1

b) antal barn 1

c) temperatur 1

d) · Variation ✓
· standardavvikelse 0,5
· kvartilarstånd 0,5

e)



$$IQR = Q_3 - Q_1 \quad 6 - 2 = 4$$

$$4 \cdot 1,5 = 6$$

$$f) P(3) = {}_5C_3 \cdot 0,44^3 (1 - 0,44)^2 = 0,267137024$$

$$g) P(Y \leq 45) \quad Y \sim N(50, 5)$$

$$Z = \frac{45 - 50}{\sqrt{5}} = -1,587 \Rightarrow P(Z \leq -1,587) \Rightarrow$$

enligt normaltabell $\sim 0,1587$

$$P(Y \leq 45) = 0,1587 \Rightarrow 15,87\%$$



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-021

Löpande sidnr
Consecutive no:

2

Uppgift nr /
Question no: 7

Poäng / Points
awarded:

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

$$P(Y > 42,5)$$

$$Y \sim N(50,5)$$

$$Z = \frac{42,5 - 50}{5} = -1,5 \quad 0,5$$

$$P(Z > -1,5) = 1 - P(Z < -1,5) \\ 1 - 0,0668 = 0,9332 \quad 0,5$$

$$P(Y > 42,5) \sim 0,9332 \rightarrow 93,32\%$$



A = anders har smörgås med sig

B = anders har svårt att koncentrera sig

a) $P(A) = 0,95 \rightarrow 95\%$ | B

$P(B|A^c) = 0,8 \rightarrow 80\%$ | B

$P(B^c|A) = 0,98 \rightarrow 98\%$ | B

	A	A ^c	
B	19	40	59
B ^c	931	10	941
	950	50	1000

Beräknat på 1000 dagar

b) $P(A^c \text{ och } B) = 40 + 10 + 19 = 69$ $69/1000 = 0,069$ ✓

c) $P(B) = 59/1000 = 0,059$ |

d) $P(A \text{ eller } B) = P(A) \cdot P(B) = 0,95 \cdot 0,059 = 0,05605$ ✓

e) $P(A|B) = 19/59 = 0,32$ |

f) Nej, disjunkta betyder att de inte kan inträffa samtidigt vilket A och B kan i detta fall.

g) När en händelse är oberoende är:

$P(A) \cdot P(B) = P(A \text{ och } B)$ ✓

Vi provar:

$0,95 \cdot 0,059 = (931 + 19 + 40)/1000$

$0,05609 \neq 0,99$

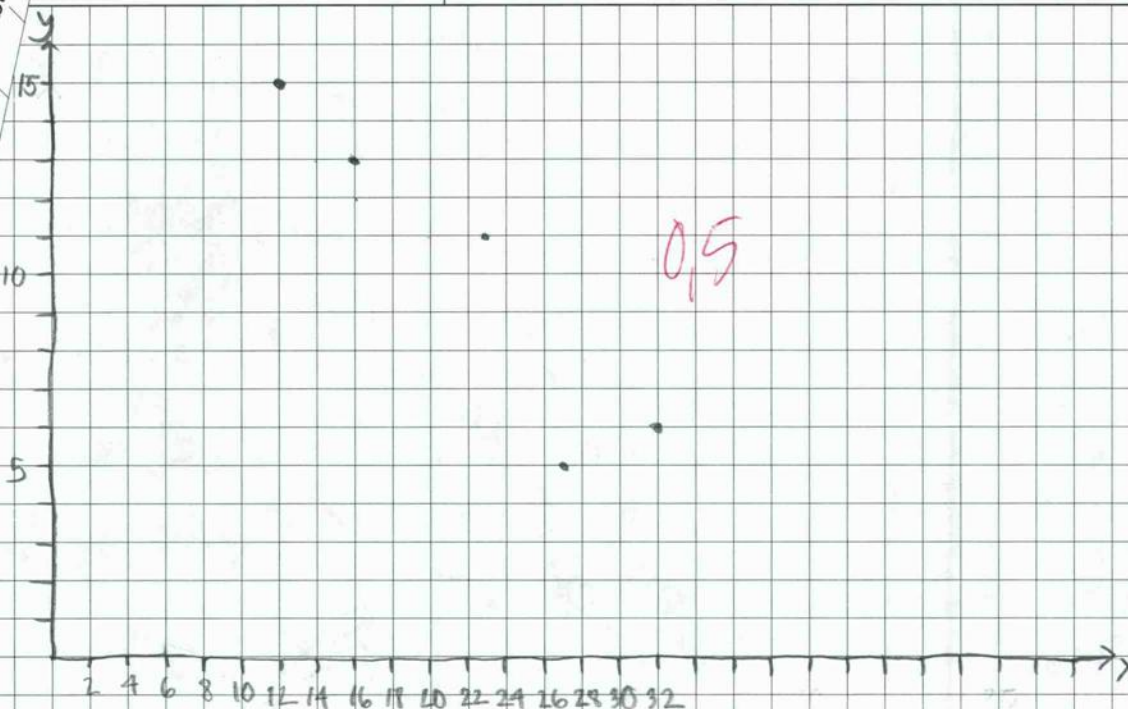
⇒ Variablerna är beroende.



STGA01-021

4

8,5



a) → Scatterplot-diagram. 0,5

b) $\hat{y} = a + bx$

X	y	xy	x^2	y^2
12	15	180	144	225
16	13	208	256	169
23	11	253	529	121
32	6	192	1024	36
27	5	135	729	25
Σ 110	50	968	2682	576

$$b = \frac{n \Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{n \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}$$

$$b = \frac{5 \cdot 968 - 110 \cdot 50}{5 \cdot 2682 - 110^2}$$

$$b = \frac{4840 - 5500}{13410 - 12100} = \frac{-660}{1310} = -0,5$$

(kvalitetssynsättning)



STGA01-021

5

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{50}{5} = 10$$

$$a = 10 - -0,5 \cdot 22$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{110}{5} = 22$$

$$a = 15,5 \quad / \quad (\text{Följdel})$$

$$\hat{y} = 15,5 - 0,5x$$

c) a Innebär antal klagomål vid 0 antal timmar utomhus, i detta fall ^{0,5} 15,5 klagomål.

b Innebär att för varje antal timme (x) klassen spenderar utomhus sjunker antalet klagomål (y) med i detta fall ^{0,5} 0,5.

d) mellan -1 och 1. /

e) Se flörer från tidigare sida.

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2][n\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

$$r = \frac{-660}{\sqrt{1310 \cdot [5 \cdot 576 - 50^2]}}$$

$$r = \frac{-660}{\sqrt{1310 \cdot 380}}$$

$$r = \frac{-660}{705,55}$$

$$r = -0,935 \quad /$$

⇒ Det föreligger ett starkt, linjärt ^{0,5} negativt samband. (konf.)



$$f) \quad x = 25 \quad \hat{y} = 15,5 - 0,5x$$

$$\hat{y} = 15,5 - 0,5 \cdot 25$$

$$\hat{y} = 3$$

1 (Rätt)

⇒ spenderar en klass 25 h utomhus kan
3 klagomål förväntas.

$$g) \text{ residual} = y - \hat{y}$$

$$y \text{ när } x = 16 = 13$$

$$\hat{y} \text{ när } x = 16 = 15,5 - 0,5 \cdot 16 = 7,5$$

$$y - \hat{y} = 13 - 7,5 = 7,5 \checkmark$$

residualen när $x = 16$ är 7,5.



$$n = 70 \quad 90\% \text{ konfidenzgrad.}$$

$$\hat{p} \text{ kvinnor} = 21/70 = 0,3 \quad 0,5 \quad z = 1,645$$

$$a) \hat{p} \pm z \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}{n}}$$

$$0,3 \pm 1,645 \cdot \sqrt{\frac{0,3 \cdot 0,7}{70}}$$

$$0,3 \pm 1,645 \cdot 0,0547$$

$$0,3 \pm 0,090 \quad (0,21; 0,3547) \quad 0,5$$

Andelen kvinnor som besöker deras
matcher ligger med 90% säkerhet
mellan 0,21 (21%) och 0,3547 (35,47%).

Antaganden: Kvantitativ

Slumpmässigt urval

$$n \cdot \hat{p} \geq 15 \quad n(1 - \hat{p}) \geq 15$$

$$(70 \cdot 0,3 = 21 \quad 70 \cdot 0,7 = 49)$$

$$b) n = \frac{\hat{p}(1 - \hat{p}) z^2}{m^2}$$

85% konfidenzintervall
 $\Rightarrow z = 1,44$

$$n = \frac{0,3(1 - 0,3) \cdot 1,44^2}{\sqrt{\frac{0,3 \cdot 0,7}{70}}}$$

$$0,435456 \quad n = 3,95$$

$\Rightarrow$ Han hade behövt minst 34,41



STG101021

8

$$c) \quad n = 8 \quad \bar{x} = 67 \quad \left(\frac{\sum x}{n} = \frac{536}{8} \right)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

0,5
 • slumpmässigt urval
 • normalfördelad
 • kända σ för
 Val?

$$s^2 = \frac{(78-67)^2 + (90-67)^2 + (88-67)^2 + (46-67)^2 + (55-67)^2 + (75-67)^2 + (69-67)^2 + (35-67)^2}{8-1}$$

$$s^2 = \frac{121 + 529 + 441 + 441 + 144 + 64 + 4 + 1024}{7}$$

$$s^2 = 395,4285714 \quad \sqrt{s^2} = 19,89$$

$$s = 19,89$$

$$\text{Konfidensintervall } 95\% \Rightarrow t = 2,36$$

$$df = \frac{n-1}{8-1} = 7$$

$$\bar{x} \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$67 \pm 2,36 \cdot \frac{19,89}{\sqrt{8}}$$

$$67 \pm 16,6 \quad (50,40 ; 83,6)$$

$\Rightarrow$ Med 95% säkerhet kan vi säga att besökarnas genomsnittliga spendering kommer vara mellan 50,40 kr och 83,6 kr.


offentligt anställd

$$n_2 = 41$$

$$s_2 = 3$$

$$\bar{X}_2 = 29$$

 0,5
 behåller
 gruppen

Privat anställd

$$n_1 = 81$$

$$s_1 = 5$$

$$\bar{X}_1 = 30$$

① Antaganden

0,5

- kvantitativa ^{variabla}
- slumpmässigt ^{oberoende} urval
- $n > 30$ ✓ vad är n ?

② Hypoteser

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 > 0$$

$$③ t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - 0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$t = \frac{30 - 29}{\sqrt{\frac{5}{81} + \frac{3}{41}}} = \frac{1}{0,3673}$$

$$t = 2,72 \checkmark$$

df = anser ej att n_1 och n_2 är
 nära. Därför anv lagsta n
 $n_1 - 1$ eller $n_2 - 1$
 $\Rightarrow 41 - 1 = 40$ 0,5

$$④ P(t > 2,72) \sim 0,005$$

1 (född fel)

⑤ P-värdet är $< \alpha(0,05)$ vilket gör att
 vi kan förkasta H_0 . 1 (född fel)

$\Rightarrow$ Dan får stöd för sin tro om att
 privat anställda tjänar mer.



b) lika spridning

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - 0}{\sqrt{\frac{s^2}{n_1} + \frac{s^2}{n_2}}}$$

$$s^2 = \frac{(81-1) \cdot 5^2 + (41-1) \cdot 3^2}{81+41-2}$$

$$s^2 = \frac{2000 + 360}{120} = 19,66$$

$$t = \frac{30 - 29 - 0}{\sqrt{\frac{3,768}{81} + \frac{3,768}{41}}}$$

$$\sqrt{19,66 \cdot \left(\frac{1}{81} + \frac{1}{41} \right)}$$

$$t = \frac{1}{0,372} = 2,68$$

$$se = 3,768$$

$$t = 2,68 \quad P(t > 2,68)$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

$$81 + 41 - 2 = 120$$

$$\Rightarrow P(t > 2,68) \sim p\text{-värde} < 0,005.$$

c)

- EH parat, test kräver att stickproven tas på samma personer och
- Ur samma population.



$$\sigma = 5$$

$$n = 26$$

a) $\bar{x} = 23$

- ① antaganden
- kvantitativa
 - slumpmässigt urval
 - normal fördelad population

- ② Hypotes

$$H_0: \mu_0 = 25$$

$$H_a: \mu_a < 25$$

- ③ Teststatistiken

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$Z = \frac{23 - 25}{\frac{5}{\sqrt{26}}} = -2,04$$

- ④ P-värde $P(Z < -2,04) \approx 0,0207$

- ⑤ Beslut.

P-värdet är $> \alpha 0,01$ därför kan H_0

accepteras $\Rightarrow$ det ger stöd för att $X < 25$.

- b) styrkan innebär felmarginalen, chansen att göra ett typ 1 eller 2 fel.



c) verkliga $\mu = 22$.

1. Hitta när H_0 förkastas.

$$\frac{\bar{X} - 25}{\frac{5}{\sqrt{26}}} = -2,33$$

$$\bar{X} = 22,71$$

H_0 förkastas om $\bar{X} < 22,71$ och accepteras om $\bar{X} > 22,71$.

$$\frac{22,71 - 22}{\frac{5}{\sqrt{26}}} = 0,724$$

$$P(Z < 0,724) \sim 0,7642$$

$\Rightarrow$ Styrkan i testet är 76,42.