



# TENTAMEN / EXAMINATION



12307683

Fylls i av **student** / To be completed by the student

Skriv anonymiseringskoden på samtliga svarsblad / Write your anonymity code on each sheet		Anonymiseringskod / Anonymity code	
		S T G A 0 1 - 0007 - DPF	
Provbenämning / Exam name			Oanmäld
Skriftlig tentamen			
Kurskod / Course code	Modul / Module	Tentamensdatum / Examination date	
S T G A 0 1	1 0 0 2	2 0 2 2 - 0 1 - 1 4	
Jag har tagit del av regler som gäller vid tentamen / I have read the current rules for examinations		Antal inlämnade blad med anonymiseringskod / Number of sheets with anonymity code	
<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes		15	

Fylls i av **skrivvakt** / To be completed by the invigilator

Kontroll av legitimation / Identification checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	Härmed intygas att kontroller utförts / This is to certify that the checks have been carried out
Kontroll av inlämnade blad / Answer sheets checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	
Inlämningstid / Time of submission	18:55	Tydlig sign. / Signature 482

Fylls i av **lärare** / To be completed by the examiner

Bedömning av uppgifter / Questions attempted										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	~
9	3	3,5	9,5	9,5	5,5					
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	~
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	~
Totalt antal poäng / Total points				Examin. lärare / Kursansvarig signatur / Signature of the examiner						
40				Arlw						
Betyg / Grade				Namnförtydligande / Clarification of the signature						
G										

12307683



Försättsbladet ska alltid lämnas in även om ingen uppgift behandlats /  
Examination should always be submitted even if no questions are answered



$$1) a) \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$x$  = antal leunder

$n$  = antal observationer

$$\bar{x} = \frac{529 + 314 + 504 + 619 + 428 + 468 + 454 + 607}{8}$$

$$\bar{x} = \frac{3923}{8} = 490,375 \approx 490 \text{ (avrund pgs månads)}$$

Svar: Arnold fick ungefär 490 leunder som antal man kan förvänta sig. 95

b)

$x$	$y$	$xy$	$x^2$	$y^2$
55	529	29 095	3025	279 841
37	314	11 618	1369	98 596
60	504	30 240	3600	254 016
66	619	40 854	4356	383 161
63	428	26 964	3969	183 184
39	468	18 252	1521	219 024
55	454	24 970	3025	206 116
43	607	26 101	1849	368 449

$$\sum x = 418 \quad \sum y = 3923 \quad \sum xy = 208094 \quad \sum x^2 = 22714 \quad \sum y^2 = 21992387$$

25





Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

ST6A01-0007-DPF

Löpande sidnr  
Consecutive no:

2

Uppgift nr /  
Question no: 4

Poäng / Points  
awarded:

Lärens  
anteckning  
Examiner's remarks:

b) Minsta kvadratmetoden:

$$\hat{y} = a + bx \quad \text{där...}$$

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$n = 8$  (antal observationer)

$$b = \frac{8 \cdot 208094 - 418 \cdot 3923}{8 \cdot 22714 - 418^2}$$

$$b = \frac{24938}{6988} \approx \underline{\underline{3,569}}$$

$$\bar{y} = \frac{3923}{8} = 490,375 \quad (\bar{y} \text{ medelvärde})$$

$$\bar{x} = \frac{418}{8} = 52,25 \quad (\bar{x} \text{ medelvärde})$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad \text{alltså...}$$

$$a = 490,375 - 3,569 \cdot 52,25 \approx \underline{\underline{303,895}}$$

Detta medför att  $\hat{y}$  alltså blir...

$$\underline{\underline{\hat{y} = 303,895 + 3,569x}}$$

Häftområde

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank





b) Då kan man lägga i 48 tkr  
i formeln istället för x

$$\hat{y} = 303,895 + 3,569 \cdot 48$$

$$\hat{y} = 475,207 \approx 475 \text{ (avrund pga. människor)}$$

Svar: Man kan då förvänta sig  
475 kunder per vecka.

c)

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2][n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

$$r = \frac{8 \cdot 208\,094 - 418 \cdot 3923}{\sqrt{(8 \cdot 22714 - 418^2)(8 \cdot 1\,992\,387 - 3923^2)}}$$

$$r = \frac{24\,938}{61\,948,19607} \approx 0,401$$

Korrelationskoefficienten blev alltså ungefär  
0,401. Denna skattning är inte all förbra,  
eftersom  $r = 0,401$ . För att  $r$  ska vara "värt"  
all räkna på ska det vara  $0,7 < r < 1$  eller  
 $-0,7 > r > -1$ .

Svar: Förvänta 475 kunder (skattning), pga.  $r$  ej "värt" all räkna på  
andra skattningen





2)

	B	B <sup>c</sup>	
A	214,5	115,5	330
A <sup>c</sup>	285,5	384,5	670
	500	500	1000

A: Person anser att Biden vann med fusk

A<sup>c</sup>: Person anser att Biden inte vann med fusk

B: Personen är Republikan

B<sup>c</sup>: Personen är inte republikan

a1)  $P(A) = 0,33$  0,5

a2)  $P(B|A) = 0,65$  0,5

a3)  $P(B) = 0,55$  0,5

b)  $P(A|B) = \frac{214,5}{500} = 0,429 = \underline{\underline{42,9\%}}$  0

c)  $P(A|B^c) = \frac{115,5}{500} = 0,231 = \underline{\underline{23,1\%}}$  0

d)  $P(B|A) = \frac{214,5}{330} = 0,65 = \underline{\underline{65\%}}$  0

e)  $P(A^c \text{ eller } B^c) = \frac{285,5 + 384,5 + 115,5}{1000} = 0,7855$   
 $= \underline{\underline{78,55\%}}$  0

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

ST6401-0002-DPF

Löpande sidnr  
Consecutive no:

5

3) a)

Omgivning 1	Omgivning 2	Medelvärde	Sannolikhet
1	1	1,5	
2	2	2	
3	3	2,5	
4	4	3	
5	5	3,5	
6	6		
1	1	1,5	
2	2	2	
3	3	2,5	
4	4	3	
5	5	3,5	
6	6	4	$(\frac{1}{6})^2$
1	1	2	
2	2	2,5	
3	3	3	
4	4	3,5	
5	5	4	$(\frac{1}{6})^2$
6	6	4,5	$(\frac{1}{6})^2$
1	1	2,5	
2	2	3	
3	3	3,5	
4	4	4	$(\frac{1}{6})^2$
5	5	4,5	$(\frac{1}{6})^2$
6	6	5	$(\frac{1}{6})^2$
1	1	3	
2	2	3,5	
3	3	4	$(\frac{1}{6})^2$
4	4	4,5	$(\frac{1}{6})^2$
5	5	5	$(\frac{1}{6})^2$
6	6	5,5	$(\frac{1}{6})^2$
1	1	3,5	
2	2	4	$(\frac{1}{6})^2$
3	3	4,5	$(\frac{1}{6})^2$
4	4	5	$(\frac{1}{6})^2$
5	5	5,5	$(\frac{1}{6})^2$
6	6	6	$(\frac{1}{6})^2$

Uppgift nr /  
Question no: 3

Poäng / Points  
awarded: 1

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:





3) a) Som man kan se i tabellen  
kan det inträffa 15 gånger ett medelvärde på  
4 eller mer, är

Sannolikheten blir då:

$$15 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \approx 0,417 \approx 41,7\%$$

0,5

↑ ↑ ↑ Sannolikheten att slå vilket nummer  
som helst på en sexsidig tärning.

Antal gånger  
inträffade medelvärdet 4 eller mer

b) Svar: Sannolikheten att medelresultatet blir  
4 eller mer när man kastar en vanlig  
sexsidig tärning två gånger är 41,7%.

b) Detta kan anses vara en binomialfördelning  
eftersom sannolikheten är alltid den samma  
efter varje kast.  $X \sim \text{Bin}(n=10, p=\frac{1}{6})$

$$\mu = np \approx 1,67 \quad \sigma = \sqrt{np(1-p)} \approx 1,18$$

$$X \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) \rightarrow (1,67, \frac{1,18}{\sqrt{10}})$$

0,5




 Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank

$$4) a) n = 8 \text{ (8 st kast)} \quad p = \frac{1}{6} \text{ (sannolikhet att slå 6)}$$

$$P(x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x} \quad 0,5 \text{ (Btw)}$$

 Uppgift nr /  
 Question no:

4

 Poäng / Points  
 awarded:

9,5

 Lärarens  
 anteckning  
 Examiner's remarks:

Vi ska ta reda på sannolikheten att för att andelen sexor blir mindre än 25%, dvs. 2 st ( $8 \cdot 0,25 = 2$ ). Detta är en binomialfördelning, så sannolikheten för ändrar efter tärningskast.

$$P(0) = \binom{8}{0} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^8 \approx 0,2326$$

$$P(1) = \binom{8}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0,3721$$

$$P(2) = \binom{8}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^6 \approx 0,2605$$

X	P(X)
0	0,2326
1	0,3721
2	0,2605

$$\text{Totalt: } 0,2326 + 0,3721 + 0,2605 = 0,8652 = 86,52\%$$

Svar: Sannolikheten för mindre än 25% sexor på 8 tärningskast är 86,52%





$$4) b) n = 100 \text{ (100 tärningskast)} \quad p = \frac{1}{6} \text{ (Sannolikhet att bli en 6)}$$

$$\sqrt{X} \sim \text{Bin}(n = 100, p = \frac{1}{6})$$

$$np = 100 \cdot \frac{1}{6} \approx 16,67 \quad (np > 15) \text{ uppfyllt}$$

$$n(1-p) = 100 \cdot \frac{5}{6} \approx 83,33 \quad (n(1-p) > 15) \text{ uppfyllt}$$

$$np = 100 \cdot \frac{1}{6} \approx 16,67 \quad (\mu = np)$$

$$\sqrt{100 \cdot \frac{1}{6} \left(1 - \frac{1}{6}\right)} \approx 3,72 \quad (\sigma = \sqrt{np(1-p)})$$

$$\mu = 16,67 \quad \sigma \approx 3,72$$

Lid sampling-fördelning

$$\sqrt{X} \sim N\left(16,67, \frac{3,72}{\sqrt{100}}\right) \quad \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Nu är det normalfördelat

$$P(\bar{X} \leq 25), \quad P\left(Z \leq \frac{25 - 16,67}{3,72/\sqrt{100}}\right) \approx$$

$$P(Z \leq 2,24) \approx 0,9875 \approx 98,75\%$$

Svar: Sannolikheten för att andelen sexar blir mindre än 25% efter 100 tärningskast är ungefär 98,75%.





Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0007-DPF

Löpande sidnr  
Consecutive no:

9

Uppgift nr /  
Question no: 5

Poäng / Points  
awarded: →

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

Häftområde

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank

5) a) Antagande:

- Kvantitativ variabel (längd)

- Slumpmässiga urval

- Längd är normalfördelat (detta

innebär att  $n > 20$  inte måste vara

uppfyllt)  $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$  (formel för medelvärde)

$$\bar{x}_1 (\text{land 1}) = \frac{176,3 + 162,4 + 183,5 + 167,7 + 172,6}{5}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{862,5}{5} = \underline{\underline{172,5}}$$

$$\bar{x}_2 (\text{land 2}) = \frac{169,3 + 178,1 + 171,5 + 182,2 + 168,9}{5}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{870}{5} = \underline{\underline{174}}$$

Då har vi beräknat utifrån stöckproven  
medelvärdet i vardera land ( $\bar{x}_1$  och  $\bar{x}_2$ )

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (\text{formel för standardavvikelse i ett stöckprov})$$

$$s = \sqrt{\frac{(176,3 - 172,5)^2 + (162,4 - 172,5)^2 + (183,5 - 172,5)^2 + (167,7 - 172,5)^2 + (172,6 - 172,5)^2}{5-1}}$$





$$s_1 = \sqrt{\frac{14,44 + 102,01 + 121 + 23,04 + 0,01}{4}}$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{260,5}{4}} \approx \underline{\underline{8,07}}$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{(169,3 - 174)^2 + (178,1 - 174)^2 + (171,5 - 174)^2 + (182,2 - 174)^2 + (168,9 - 174)^2}{5-1}}$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{22,09 + 16,81 + 6,25 + 67,24 + 26,01}{4}}$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{138,4}{4}} \approx \underline{\underline{5,88}}$$

Då har vi beräknat standardavvikelsen för stickprovsk i vardera land ( $s_1$  och  $s_2$ )

Vad blir då  $t$ ?

Ja,  $t$  får vi fram genom formeln:

$$df = n_1 + n_2 - 2 \quad \text{alltså} \dots$$

$$5 + 5 - 2 = \underline{\underline{8}} \quad \leftarrow \text{Frihetsgrader}$$





5) a) Vi har alltså följande data:

- $\bar{X}_1 = 172,5$ ,  $s_1 \approx 8,07$ ,  $n_1 = 5$

frihetsgrader: 8

- $\bar{X}_2 = 174$ ,  $s_2 \approx 5,88$ ,  $n_2 = 5$

frihetsgrader: 8

8 frihetsgrader med ett 95%-igt  
konfidensintervall ger enligt t-tabellen  
värdet 2,31 på t.

Formeln vi ska använda oss av är:

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t \times se, \text{ där } se = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

Alltså - - -

$$se = \sqrt{\frac{8,07^2}{5} + \frac{5,88^2}{5}} = \sqrt{19,93986} \approx 4,47$$

Övre delen:  $(172,5 - 174) + 2,31 \cdot 4,47 = \underline{\underline{8,8257}}$

Nedre delen:  $(172,5 - 174) - 2,31 \cdot 4,47 = \underline{\underline{-11,8257}}$





5) a) Intervalllet går alltså mellan  
 $-11,8257$  och  $8,8257$

Svar: Det 95%-iga konfidensintervallet  
 för skillnaden i medellängd mellan de  
 2 populationerna ligger mellan  $-11,8257$   
 och  $8,8257$  1,5

b)

1. Antaganden:
  - Kvantitativ variabel (längd)
  - Slumpmässigt urval
  - Längd är normalfördelat (visars ej  
 $n > 20$ )

2. Hypotes:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \quad (\text{Det som vi vill hävda})$$

Teststatistiken:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - 0}{sc} \quad \text{där} \quad sc = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

Vi har redan alla värden från  
 uppgift a, därför sätter vi in dem...





$$S) b) \quad t = \frac{(172,5 - 174) - 0}{4,47}$$

$$t \approx \underline{\underline{-0,336}} \quad (t\text{-värde})$$

Vi har som tidigare 8 frihetsgrader ( $5+5-2=8$ )

Detta är ett dubbelsidigt test. Tittar vi i t-tabellen kan vi se att signifikansnivån sträcker sig endast till 0,2 och t-värdena som finns där under är större än vårt t-värde. Detta är också ett dubbelsidigt test, vilket innebär att vi räknar på t två gånger, vilket medför att jag ska räkna på "signifikansnivå vid dubbelsidigt test". Och denna signifikansnivå sträcker sig (som sagt) endast till 0,2, vilket innebär att vårt t-värde har en högre signifikansnivå än 0,2 då det ligger långt åt vänster i tabellen.

Slutsats: Eftersom P-värdet  $> 0,05$  kan vi inte förkasta  $H_0$ . Data ger helt enkelt inte tillräckligt med stöd med signifikansnivå på 0,05, att höra att medellönerna i de två länderna är olika. 1,5



Skriv ej i detta område  
Leave this area blank



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0007-DPF

Löpande sidnr  
Consecutive no:

14

Uppgift nr /  
Question no:  
6

Poäng / Points  
awarded:  
→

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

- 6) 1. Antaganden:
- Kategoriska  <sup>två</sup>  variabler (ärsifeter)
  - Slumpmässigt urval

0,5

Hypotes:

$H_0$ : Alternativen skiljer sig mellan länderna 0,5

$H_a$ : Alternativen skiljer sig inte mellan länderna

$$\chi^2 = \sum \frac{(\text{Observerat} - \text{Förväntat})^2}{\text{Förväntat}}$$
 Teststatistika: 1,5

Förväntat antal =  $\frac{\text{rad total} \times \text{kolonn total}}{\text{totala urvalsstorleken}}$

$$df = (r-1) \times (c-1)$$

	land A	land B	land C	
Bygga ut kärnkraft	102	95	84	281
Behåll den kärnkraft som finns	63	39	42	144
Använda kärnkraft	28	47	70	145
	193	181	196	570

0,5

Förväntat:

	land A	land B	land C
Bygga ut kärnkraft	95,15	89,23	96,62
Behåll den kärnkraft som finns	48,76	45,73	49,52
Använda kärnkraft	49,1	46,04	49,86

Förväntat antal =  $\frac{\text{rad total} \times \text{kolonn total}}{\text{total urvalsstorleke}}$

$$df = (3-1) \cdot (3-1) = \underline{4}$$
 0,5





$$b) \chi^2 = \sum \frac{(\text{observerat} - \text{förväntat})^2}{\text{förväntat}}$$

$$\chi^2 = \frac{(102 - 95,15)^2}{95,15} + \frac{(63 - 48,76)^2}{48,76} +$$

$$\frac{(28 - 49,1)^2}{49,1} + \frac{(95 - 89,23)^2}{89,23} + \frac{(39 - 45,73)^2}{45,73}$$

$$+ \frac{(47 - 46,04)^2}{46,04} + \frac{(84 - 96,62)^2}{96,62} + \frac{(42 - 49,52)^2}{49,52}$$

$$+ \frac{(70 - 49,86)^2}{49,86} \rightarrow$$

$$\chi^2 = 0,49 + 4,16 + 9,07 + 0,37 + 0,99$$

$$+ 0,02 + 1,67 + 1,14 + 8,14 \approx \underline{\underline{26,05}}$$

Sedan beräknar vi tillräckligt frihetsgrader  
med signifikansenivån 5%...

$$df = (3-1) \cdot (3-1) = 4$$

4 frihetsgrader med signifikansenivån 5%  
ger enligt  $\chi^2$ -fördelningen 0,711 ✓

Vi har alltså följande data:

$$\chi^2 \approx 26,05 \quad \text{Samt } \chi\text{-fördelning} = 0,711$$

Svar: Utifrån datan finns det ingen association mellan  
öster och land.