



Antal blad /  
Number of sheets

11 ✓

# TENTAMEN / EXAMINATION

- Anvisningar:** Skriv din anonymitetskod på varje blad.  
Endast en uppgift får lösas på varje blad.  
Var vänlig skriv tydligt!
- Instructions:** Write your anonymous code on each sheet.  
Answer only one question on each sheet.  
Please write clearly!

Vänligen texta anonymitetskoden i textboxen enligt exempel nedan!  
Please write the Anonymous Code clearly in the textbox like example below!

**Bokstäver/Letters:**

A-B-C-D-E-F-G-H-I-J-K-L-M-N-O  
P-Q-R-S-T-U-V-W-X-Y-Z-Å-Ä-Ö

**Siffror/Numbers:**

Ø-1-2-3-4-5-6-7-8-9

Exempel:

A B C 1 7 Ø - Ø 1 7

NEGB01 Nationalekonomi B

Kurskod + Kurs / Course Code + Course:

Kvantitativa metoder

Delkurs / Part course:

Anonymitetskod / Anonymous code =  
Kurskod + kodnr / course code + code number  
NEGBØ1 - Ø18 ✓

Tentamensdatum /  
Examination date:  
24/02-16

## Behandlade uppgifter / Solved problems

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	X	X	X	X										
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

## Ifylles av lärare / To be completed by the examiner

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Poäng / Marks gained: 18,75

Betyg / Grade: VG

Max poäng / Total marks gained: 20

För Gk poäng / Marks gained to be passed: 10

Examin. lärare / Kursansvarig signatur / Signature of the examiner

Namnförtydligande / Clarification of the signature

Anonymitetskod: NEGB01-018

## **Quantitative Methods NEGB01/ NEGB25**

Answer Part 1 Anders Walfridsson



NEG B 01 - 018

Uppgift nr /  
Question no:

Poäng / Points  
awarded:



Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

Antaganden:

- ① Slumpmässigt urval ur populationerna
- ② Normalfördelade populationer
- ③ Samma standardavvikelse i populationerna

Hypoteser

$$H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C$$

$H_a$ : Alla grupper medellängder är inte lika 0,5

Teststatistika

$$F = \frac{MST}{MSE} = \frac{SST / (g-1)}{SSE / (n-g)}$$

$$SST = \sum (\bar{x}_i - \bar{x}_{tot})^2 \quad n=15$$

$$SSE = \sum (x - \bar{x}_i)^2 \quad g=3$$

SST:  $\bar{x}_A = 17$     $\bar{x}_B = 19$     $\bar{x}_C = 12$     $\bar{x}_{tot} = 16$

$$SST = 5(17-16)^2 + 5(19-16)^2 + 5(12-16)^2 = 5 + 45 + 80 = 130$$

$$SSE = (14-17)^2 + (15-17)^2 + (16-17)^2 + (18-17)^2 + (22-17)^2 = 40$$

$$(15-19)^2 + (18-19)^2 + (19-19)^2 + (21-19)^2 + (22-19)^2 = 30$$

$$(10-12)^2 + (11-12)^2 + (12-12)^2 + (13-12)^2 + (14-12)^2 = 10$$

SSE = 80

$$MST = SST / (g-1) = \frac{130}{(3-1)} = 65$$

$$MSE = SSE / (n-g) = \frac{80}{15-3} = 6,667$$

$$F = \frac{MST}{MSE} = \frac{65}{6,667} = 9,749$$

0,5

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01 - 018

Löpande sidnr  
Consecutive no:

3

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank

Vårt värde  $F = 9,749$ .

$F_{3,12} = 3,89$  (Från F-tabell) 0,5

Slutsats: I och med att  $9,749 > 3,89$  0,5  
kan vi på en 5%-ig signifikansnivå  
förkasta  $H_0$ . 0,5

I åtminstone en av grupperna har inte  
morötterna samma medellängd som de  
andra (båda).

Uppgift nr /  
Question no:

Poäng / Points  
awarded:

5

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

Anonymitetskod: NEGB07-018

## **Quantitative Methods NEGB01/ NEGB25**

Answer Part 2 Katarina Katz



7a)  $z(x) = e^{3x^2 - 12x}$

$z'(x) = 6x - 12 e^{3x^2 - 12x} = 0$

Da  $(6x - 12) = 0$  blir hela talet 0.

Sa  $6x - 12 = 0 \rightarrow 6x = 12 / 6 \quad \underline{x = 2}$

b)  $f(x) = \frac{x+2}{x^2+3x+77}$

$f'(x) = \frac{1 \cdot (x^2+3x+77) - (x+2) \cdot (2x+3)}{(x^2+3x+77)^2}$

$(x^2+3x+77) - (2x^2+3x+4x+6)$

$x^2+3x+77 - 2x^2-3x-4x-6$

$-x^2-4x+5 = \frac{-(x^2+4x-5)}{(x^2+3x+77)^2}$

$x = \frac{41 \pm \sqrt{(41)^2 - 41 \cdot 5}}{2} = -0,5 \pm 3 \quad \begin{matrix} x_1 = 2,5 \\ x_2 = -3,5 \end{matrix}$

Da om taljaren blir null blir allt 0.

c)  $h(x) = 2x(x^2-9)^4$

$h'(x) = 2 \cdot (x^2-9)^4 + 2x \cdot 4(x^2-9)^3 \cdot 2x$

$2(x^2-9)^4 + 16x^2(x^2-9)^3$

$(x^2-9)^3 (2(x^2-9) + 16x^2) \quad (x^2-9)^3 (2x^2-18 + 16x^2)$

$(x^2-9) = 0 \quad x^2-9=0 \quad x^2=9 \quad \sqrt{x} = \pm\sqrt{9}$

$(18x^2-18) = 0$

$18x^2=18 \quad x^2=1 \quad x = \pm\sqrt{1}$

$x_1 = 3 \quad x_2 = -3$   
 $x_4 = -1 \quad x_5 = 1$

$x_3 = 0$

var kan den vara?  
 R<sup>-</sup>

R<sup>-</sup>

←  
 R  
 glem inte  
 parentes  
 kring (6x-12)

$\frac{41}{2} = 20,5$  inte  
 0,5  
 R<sup>-</sup>

Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank



Skriv ej i detta område  
Leave this area blank

$$7d) g(x) = \ln \frac{(x^2+7)}{(x-7)}$$

$$g(x) = \ln(x^2+7) - \ln(x-7)$$

$$g'(x) = \frac{1}{(x^2+7)} \cdot 2x - \frac{1}{(x-7)} \cdot 1$$

$$g'(x) = \frac{2x}{(x^2+7)} - \frac{1}{(x-7)} = 0 \quad \frac{2x}{(x^2+7)} = \frac{1}{(x-7)}$$

$$2x(x-7) = 1(x^2+7) \quad 2x^2 - 2x = x^2 + 7$$

$$x^2 - 2x - 7 = 0$$

$$x = \pm \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(-7)}}{2} = 1 \pm 1,414$$

$$x_1 = 2,414 \quad x_2 = -0,414$$

Stryks då  $x > 7$  i uppg.

Uppgift nr /  
Question no:

1

Poäng / Points  
awarded:

Lärares  
anteckning  
Examiner's remarks:

2



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEG B07-018

Löpande sidnr  
 Consecutive no:

7

Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank

Uppgift nr /  
 Question no:

2

Poäng / Points  
 awarded:

Lärens  
 anteckning  
 Examiner's remarks:

$$2a) \ln x^3 + \ln 2 = 9 + \ln 8 - \ln 4$$

$$\ln x^3 + \ln 2 + \ln 4 - \ln 8 = 9 \quad 3 \ln 2x + \ln \frac{4}{8} = 9$$

$$\ln 2x + \ln \frac{3 \cdot 4}{8} = 3 \quad \ln \frac{1,5x}{8} = 3$$

$$\ln 1,5x = 24 \quad x = \frac{24}{\ln 1,5}$$

$$2b) \begin{cases} 7x - 3y = 17 & (1) \cdot 2 \\ -2x + 6y = 8 & (2) \end{cases}$$

$$14x - 6y = 34 \quad 6y = \frac{14x - 34}{\rightarrow} (2)$$

$$-2x + 14x - 34 = 8$$

$$12x = 42 \quad / 12$$

$$x = 3,5$$

$$6y = 14(3,5) - 34 \quad 6y = 49 - 34$$

$$6y = 15 \quad / 6 \quad y = 2,5$$

e





NEG B01 - 018

8

Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank

3

$$q_1 = 100 - p_1$$

$$q_2 = 80 - p_2$$

$$C = 6(q_1 + q_2)$$

Uppgift nr /  
 Question no:

3

Poäng / Points  
 awarded:

Lärarens  
 anteckning  
 Examiner's remarks:

$$\pi = P \cdot Q - C$$

$$\pi(p_1, p_2) = p_1 \cdot (100 - p_1) + p_2 \cdot (80 - p_2) - 6(100 - p_1 + 80 - p_2)$$

$$\pi(p_1, p_2) = 100p_1 - p_1^2 + 80p_2 - p_2^2 - (120 + 6p_1 + 6p_2)$$

$$\pi(p_1, p_2) = 106p_1 - p_1^2 + 86p_2 - p_2^2 - 120$$

$$\pi'_{p_1}(p_1, p_2) = 106 - 2p_1 = 0 \quad 106 = 2p_1 \rightarrow 53 = p_1$$

$$\pi'_{p_2}(p_1, p_2) = 86 - 2p_2 = 0 \quad 86 = 2p_2 \rightarrow 43 = p_2$$

$$q_1 = 100 - 53 = \underline{47}$$

$$q_2 = 80 - 43 = \underline{37}$$

$$b) \pi''_{p_1 p_1}(p_1, p_2) = -2$$

$$\pi''_{p_1 p_2}(p_1, p_2) = 0 = \pi''_{p_2 p_1}(p_1, p_2)$$

$$\pi''_{p_2 p_2}(p_1, p_2) = -2$$

$$\text{Då } \pi''_{p_1 p_1} < 0 \ \& \ \pi''_{p_1 p_1} \cdot \pi''_{p_2 p_2} > (\pi''_{p_1 p_2})^2 \Rightarrow \text{Maxpunkt}$$

$$-2 < 0 \ \& \ -2 \cdot -2 = 4 > (0)^2 \Rightarrow \text{Maxpunkt.}$$

R

R



NEG B01 - 018

9

Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank

Uppgift nr /  
 Question no:  
 4

Poäng / Points  
 awarded:

Lärarens  
 anteckning  
 Examiner's remarks:

4)

a)  $g(x,y) = 3x + 4y$

bivillkor:  $f(x,y) = x^2 + y^2 = 225$

$d(x,y,\lambda) = 3x + 4y - \lambda(x^2 + y^2 - 225)$

$d'_x(x,y,\lambda) = 3 - \lambda 2x = 0 \quad 3 = \lambda 2x$

$d'_y(x,y,\lambda) = 4 - \lambda 2y = 0 \quad 4 = \lambda 2y$

$\lambda = \frac{4}{2y} = \frac{3}{2x}$   
 korsmultiplikation

$8x = 6y$   
 $x = 0,75y$

$(0,75y)^2 + y^2 = 225 \Rightarrow 0,5625y^2 + y^2 = 225 \Rightarrow 1,5625y^2 = 225$

$1,5625y^2 = 144 \quad x^2 = 81 \quad (225 - 144)$

$y = 12 \quad x = 9 \quad x = 6,43$

$g(x,y) = 3(9) + 4(12) = 75$

±

b)  $f(x,y) = x^2 + y^2$  bivillkor:  $3x + 4y = 75$

$d(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 - \lambda(3x + 4y - 75)$

$d'_x(x,y,\lambda) = 2x - \lambda 3 = 0 \quad 2x = 3\lambda \quad \frac{2x}{3} = \lambda$

$d'_y(x,y,\lambda) = 2y - \lambda 4 = 0 \quad 2y = 4\lambda \quad \frac{2y}{4} = \lambda = 3\lambda$

$\lambda = \frac{2x}{3} = \frac{2y}{4} \Rightarrow 8x = 6y \quad x = 0,75y$

korsmultiplikation  $\rightarrow$  bivillkor



Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank

$$4b) \quad \lambda = \frac{2x}{3} = \frac{2y}{4} \rightarrow 8x = 6y$$

$$3x + 4y = 75$$

$$x = 0,75y \rightarrow \text{bivillkor}$$

$$3(0,75y) + 4y = 75$$

$$6,25y = 75$$

$$y = 12$$

$\rightarrow$  bivillkor

$$3x + 4(12) = 75$$

$$3x = 27 \quad | :3$$

$$x = 9$$

$$f(9, 12) = 9^2 + 12^2 = 225$$

★ forts  
 på S.11

$$4c) \quad 3x + 4y = 75 \quad | :4 \quad y = 18,75 - 0,75x$$

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

$$f(x, 18,75 - 0,75x) = x^2 + (18,75 - 0,75x)^2$$

$$f(x, 18,75 - 0,75x) = 2x + 2(18,75 - 0,75x) \cdot -0,75$$

$$f'(x, 18,75 - 0,75x) = 2x - 28,125 + 1,125x$$

$$f''(x, 18,75 - 0,75x) = 3,125x - 28,125$$

$$f'''(x, 18,75 - 0,75x) = 3,125$$

Da  $3,125 > 0$  har vi en minipunkt.

Uppgift nr /  
 Question no:  
 41

Poäng / Points  
 awarded:

Lärarens  
 anteckning  
 Examiner's remarks:

R

R



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB07-018

Löpande sidnr  
Consecutive no:

11

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank

$$4b. f(x, y) = x^2 + y^2$$

$$f'_x(x, y) = 2x$$

$$f'_y(x, y) = 2y$$

$$f''_{xx}(x, y) = 2$$

$$f''_{xy}(x, y) = 0 = f''_{yx}(x, y)$$

$$f''_{yy}(x, y) = 2$$

Da  $f''_{xx} > 0$  &  $f''_{xx} \cdot f''_{yy} > (f''_{xy})^2$  har vi en minipunkt

$$2 > 0 \text{ \& } 2 \cdot 2 = 4 > (0)^2$$

Vi har alltså en minipunkt.

Uppgift nr /  
Question no:

4

Poäng / Points  
awarded:

Lärens  
anteckning  
Examiner's remarks:

Nej, de  
har villkoren  
göter inte  
vid opti-  
mering  
under  
b.v villkor