



TENTAMEN / EXAMINATION



12307683

Fylls i av **student** / To be completed by the **student**

Skriv anonymiseringskoden på samtliga svarsblad / Write your anonymity code on each sheet		Anonymiseringskod / Anonymity code	
		S T G A 0 1 - 0 0 1 1 - R P R	
Provbenämning / Exam name			Oanmäld
Skriftlig tentamen			
Kurskod / Course code	Modul / Module	Tentamensdatum / Examination date	
S T G A 0 1	1 0 0 2	2 0 2 2 - 0 1 - 1 4	
Jag har tagit del av regler som gäller vid tentamen / I have read the current rules for examinations		<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	Antal inlämnade blad med anonymiseringskod / Number of sheets with anonymity code
			1 1 ✓

Fylls i av **skrivvakt** / To be completed by the **invigilator**

Kontroll av legitimation / Identification checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	Härmed intygas att kontroller utförts / This is to certify that the checks have been carried out
Kontroll av inlämnade blad / Answer sheets checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	
Inlämningstid / Time of submission	18:38	Tydlig sign. / Signature J.M. L.

Fylls i av **lärare** / To be completed by the **examiner**

Bedömning av uppgifter / Questions attempted										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	~
9,5	10	3	10	9,5	7					
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	~
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	~
Totalt antal poäng / Total points					Examin. lärare / Kursansvarig signatur / Signature of the examiner					
49					A.W					
Betyg / Grade					Namnförtydligande / Clarification of the signature					
VG										

12307683



Försättsbladet ska alltid lämnas in även om ingen uppgift behandlats /
Examination should always be submitted even if no questions are answered



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0011-RPR

Löpande sidnr
Consecutive no:

1

Uppgift nr /
Question no:

1

Poäng / Points
awarded:

→

Lärens
anteckning
Examiner's remarks:

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

$$\textcircled{1} \text{ a) } \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{529 + 314 + 504 + 619 + 428 + 468 + 454 + 607}{8} = \frac{3923}{8} = 490.375$$

Svar: Han fick antalet 490.375.

0.5

b)	Butik	1	2	3	4	5	6	7	8
(x)	Genomsnittlig total månadsinkomst i området (tkr)	55	37	60	66	63	39	55	43
(y)	Antal kunder för restaurangen	529	314	504	619	428	468	454	607

Minsta kvadrat metoden för linjär regression:

$$\hat{y} = a + bx$$

$$n = 8 \quad x = 48$$

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{418}{8} = 52.25$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{3923}{8} = 490.375$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

x	y	xy	x ²	y ²
55	529	29095	3025	279841
37	314	11618	1369	98596
60	504	30240	3600	254016
66	619	40854	4356	383161
63	428	26964	3969	183184
39	468	18252	1521	219024
55	454	24970	3025	206116
43	607	26101	1849	368449
$\sum x =$	$\sum y =$	$\sum xy =$	$\sum x^2 =$	$\sum y^2 =$
418	3923	208094	22714	1992387

2.5

$$b = \frac{8 \cdot 208094 - 418 \cdot 3923}{8 \cdot 22714 - 418^2} = \frac{24938}{6988} \approx 3.569$$

$$a = 490.375 - 3.569 \cdot 52.25 \approx 303.895$$

$$\hat{y} = 303.895 + 3.569x$$

$$303.895 + 3.569 \cdot 48 = 475.207$$

Svar: Hon fick antalet 475.207 st.

1
0.5



① c) Korrelationskoefficienten (r):

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2][n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

Jag använder värdena från tabellen i uppgift 1b):

$$r = \frac{8 \cdot 208094 - 418 \cdot 3923}{\sqrt{[8 \cdot 22714 - 418^2][8 \cdot 192387 - 3923^2]}} = \frac{24938}{\sqrt{3837578996}} \approx 0.4026$$

Svar: Eftersom korrelationskoefficienten (r) = 0.4026 finns inget linjärt samband mellan månadsinkomst i området och antal kunder. (Bra samband om r är mellan 0.7 och 0.1 eller -0.7 och -0.1) På grund av detta är skattringen i a-uppgiften (medelvärde) att föredra.



Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

- ② A: Personen anser att Joe Biden vann valet med hjälp av fusk.
B: Personen är republikan.

		Republikan		
		B	B ^c	
Vann med fusk	A	325	5	330
	A ^c	175	495	670
		500	500	1000

a1) $P(A) = 0.33 = 33\%$ 0,5

a2) $P(A|B) = 0.65 = 65\%$ 1

a3) $P(B) = 0.5 = 50\%$ även $P(B^c) = 0.5 = 50\%$ 0,5

b) $P(A \text{ och } B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{330}{1000} \cdot \frac{325}{330} = 0.325 = 32.5\%$

Svar: 32.5% av invånarna är republikaner som anser att Joe Biden vunnit med hjälp av fusk. 2

c) $P(A|B^c) = \frac{5}{500} = 0.01 = 1\%$ 2

Svar: 1% av demokraterna anser att Joe Biden vann valet med hjälp av fusk.

d) $P(B|A) = \frac{325}{330} \approx 0.985 \approx 98.5\%$ 2

Svar: Cirka 98.5% som anser att Joe Biden vann valet med hjälp av fusk är republikaner.

e) $P(A^c \text{ eller } B^c) = P(A^c) + P(B^c) - P(A^c \text{ och } B^c)$

där: $P(A^c) = \frac{670}{1000} = 0.67 = 67\%$

$P(B^c) = \frac{500}{1000} = 0.5 = 50\%$

$P(A^c \text{ och } B^c) = P(A^c) \cdot P(B^c|A^c) = \frac{670}{1000} \cdot \frac{495}{670} = 0.495 = 49.5\%$

$P(A^c \text{ eller } B^c) = 0.67 + 0.5 - 0.495 = 0.675 = 67.5\%$ 2

Svar: 67.5% av invånarna var "nöjda" med valet.



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0011-RPR

Löpande sidnr
 Consecutive no:

4

Uppgift nr /
 Question no:

3

Poäng / Points
 awarded:

3

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:

③ a) Sannolikheten att medelresultat ≥ 4 vid tämningskast.
 Kasta två gånger.

$6 \cdot 6 = 36$ st möjliga utfall ger sannolikheten $1/36$.

Utfall		Medelresultat för utfallet	Sannolikhet för aktuella utfallet
Kast 1	Kast 2		
1	1	1	$1/36 \approx 0.0278$
1	2	1.5	$1/36$
1	3	2	$1/36$
1	4	2.5	$1/36$
1	5	3	$1/36$
1	6	3.5	$1/36$
2	1	1.5	$1/36$
2	2	2	$1/36$
2	3	2.5	$1/36$
2	4	3	$1/36$
2	5	3.5	$1/36$
2	6	4	$1/36$
3	1	2	$1/36$
3	2	2.5	$1/36$
3	3	3	$1/36$
3	4	3.5	$1/36$
3	5	4	$1/36$
3	6	4.5	$1/36$
4	1	2.5	$1/36$
4	2	3	$1/36$
4	3	3.5	$1/36$
4	4	4	$1/36$
4	5	4.5	$1/36$
4	6	5	$1/36$
5	1	3	$1/36$
5	2	3.5	$1/36$
5	3	4	$1/36$
5	4	4.5	$1/36$
5	5	5	$1/36$
5	6	5.5	$1/36$
6	1	3.5	$1/36$
6	2	4	$1/36$
6	3	4.5	$1/36$
6	4	5	$1/36$
6	5	5.5	$1/36$
6	6	6	$1/36$

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank



③ a) fortsättning. Medelvärde ≥ 4 förekommer 15 gånger.

Medelresultat	Total sannolikhet för aktuella utfallet
4	0.1389 (fem gånger, $1/36 \cdot 5$)
4.5	0.1111 (fyra gånger)
5	0.0833 (tre gånger)
5.5	0.0556 (två gånger)
6	0.0278 (en gång)

$$0.1389 + 0.1111 + 0.0833 + 0.0556 + 0.0278 \approx 0.4167$$

Svar: Sannolikheten att få medelresultat 4 eller mer vid två kast är cirka 41.67%.

3



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0011-RPR

Löpande sidnr
Consecutive no:

6

Uppgift nr /
Question no:

3

Poäng / Points
awarded:

3

Lärens
anteckning
Examiner's remarks:

③ b) $n = 10$ $p = 3/6 = 0.5$

$$X \sim \text{Bin}(10, 0.5)$$

$$P(x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$$

$$P(4) = \binom{10}{4} \cdot 0.5^4 \cdot 0.5^6 \approx 0.2051$$

$$P(5) = \binom{10}{5} \cdot 0.5^5 \cdot 0.5^5 \approx 0.2461$$

$$P(6) = \binom{10}{6} \cdot 0.5^6 \cdot 0.5^4 \approx 0.2051$$

$$P(4) + P(5) + P(6) \approx 0.6563$$

Svar: Sannolikheten att få medelresultat 4 eller mer vid 10 kast är ungefär 65.63%.

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank



4) a) Kasta sexsidig tärning 8 gånger.
 $p = 1/6 \approx 0.167$
 $n = 8$

$P(X \leq 2)$? eftersom $0.25 \cdot 8 = 2$

Där X = antal sexor du får

Då det handlar om två eller fler upprepade försök med lika stor sannolikhet att "lyckas" i varje försök får jag:

$$X \sim \text{Bin}(8, 0.167)$$

$$P(x) = \binom{n}{r} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$$

$$P(0) = \binom{8}{0} \cdot 0.167^0 \cdot 0.833^8 \approx 0.2318$$

$$P(1) = \binom{8}{1} \cdot 0.167^1 \cdot 0.833^7 \approx 0.3718$$

$$P(2) = \binom{8}{2} \cdot 0.167^2 \cdot 0.833^6 \approx 0.2609$$

$$P(X \leq 2) = P(0) + P(1) + P(2) \approx 0.8645$$

Svar: Sannolikheten att andelen sexor blir 25% eller mindre är cirka 86.45%.

b) $n = 100$
 $p = 1/6 \approx 0.167$
 $P(X \leq 25)$ eftersom $0.25 \cdot 100 = 25$
 X = antal sexor du får
 $X \sim \text{Bin}(100, 0.167)$

$n/N < 0.1$ JA
 $np = 100 \cdot 0.167 = 16.7 > 15$ JA
 $n(1-p) = 100 \cdot 0.833 = 83.3 > 15$ JA
 } Då detta är uppfyllt kan vi approximera till normalfördelning.

$$\mu = np = 16.7$$

$$\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{16.7 \cdot 0.833} \approx 3.7298$$

$$\text{där } X \sim N(16.7, 3.7298)$$

$$P(X \leq 25) = P\left(Z \leq \frac{25 - 16.7}{3.7298}\right) \approx P(Z \leq 2.26) \approx 0.9881$$

Svar: Sannolikheten att andelen sexor blir 25% eller mindre är cirka 98.81%.



5

Land 1: 176.3 162.4 183.5 167.7 172.6
Land 2: 169.3 178.1 171.5 182.2 168.9

[cm]

a)

Antaganden:

- Trä populationer.
- Kvantitativ variabel i trä grupper.
- Längd följer (ungefär) normalfördelning.

1,5

$$n_1 = 5 \quad \bar{x}_1 = \frac{176.3 + 162.4 + 183.5 + 167.7 + 172.6}{5} = \frac{862.5}{5} = 172.5$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{(176.3 - 172.5)^2 + (162.4 - 172.5)^2 + (183.5 - 172.5)^2 + (167.7 - 172.5)^2 + (172.6 - 172.5)^2}{5 - 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{268.9}{4}} \approx 8.1991 \quad \checkmark$$

0,5-

medel
0,5

$$n_2 = 5 \quad \bar{x}_2 = \frac{169.3 + 178.1 + 171.5 + 182.2 + 168.9}{5} = \frac{870}{5} = 174$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{(169.3 - 174)^2 + (178.1 - 174)^2 + (171.5 - 174)^2 + (182.2 - 174)^2 + (168.9 - 174)^2}{5 - 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{138.4}{4}} \approx 5.8822$$

0,5

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t \cdot se \quad \text{där } se = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

1

$$se = \sqrt{\frac{8.1991^2}{5} + \frac{5.8822^2}{5}} \approx 4.5128$$

$$df = n_1 + n_2 - 2 = 5 + 5 - 2 = 8 \quad \text{ger } t = 2.31$$

1,5

$$\text{övre gräns: } (172.5 - 174) + 2.31 \cdot 4.5128 \approx 8.9246$$

$$\text{nedre gräns: } (172.5 - 174) - 2.31 \cdot 4.5128 \approx -11.9246$$

$$95\% \text{-igt KI: } [-11.9246, 8.9246]$$

Svar: Skillnaden i medellängd mellan länderna finns i intervallet $[-11.92, 8.92]$ med 95% säkerhet.

1,5



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0011-RPR

Löpande sidnr
Consecutive no:

9

Uppgift nr /
Question no:

5

Poäng / Points
awarded:

9,5

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

5 b)

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

Svar: $H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Jag skulle inte ha förkastat nollhypotesen på 5%-signifikansnivå. Då talet noll finns med i intervallet $[-11.92, 8.92]$ från uppgift 5a) skulle skillnaden i medellängd kunna vara noll.

1,5

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank



Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

6

Åsiktsalternativ \ Land	Land A	Land B	Land C	→ rad
Bygg ut kärnkraft	102	95	84	281
Behåll de kärnkraftsverk som finns	63	39	42	144
Avveckla kärnkraften	28	47	70	145
↓ kolumn	193	181	196	570

0.5
 total
 urvalsstorlek

1. Antaganden:

- Tre kategoriska variabler i tre grupper. (Bygg ut, Behåll och Avveckla) variabel 1: åsikt
- (Land A, B, C) variabel 2: land
- Slumpmässigt urval. 0.5
- Tillräckligt stort antal i varje "box". (minst 10, vårt lägsta är 28)

2. Hypoteser:

H_0 : Variablerna "åsikt" och "land" är oberoende.
 H_a : Det finns samband/association mellan variablerna.

3. Testvariabel:

$$\chi^2 = \sum \frac{(\text{observerat} - \text{förväntat})^2}{\text{förväntat}}$$

$$df = (r-1) \cdot (c-1) = (3-1) \cdot (3-1) = 4$$

$$\text{Förväntat antal} = \frac{\text{rad total} \cdot \text{kolumn total}}{\text{totala urvalsstorleken}}$$

Förväntat antal: \ Land	A	B	C
Åsikt \ Bygg ut	95.146	89.230	96.625
Behåll	48.758	45.726	49.516
Avveckla	49.096	46.044	49.860

Med hjälp av formel samt värden i tabell överst på sidan.

$$\begin{aligned} \chi^2 = & \frac{(102 - 95.146)^2}{95.146} + \frac{(95 - 89.230)^2}{89.230} + \frac{(84 - 96.625)^2}{96.625} \\ & + \frac{(63 - 48.758)^2}{48.758} + \frac{(39 - 45.726)^2}{45.726} + \frac{(42 - 49.516)^2}{49.516} \\ & + \frac{(28 - 49.096)^2}{49.096} + \frac{(47 - 46.044)^2}{46.044} + \frac{(70 - 49.860)^2}{49.860} \approx 26.026 \end{aligned}$$



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0011-RPR

Löpande sidnr
Consecutive no:

11

Uppgift nr /
Question no:

6

Poäng / Points
awarded:

7

Lärens
anteckning
Examiner's remarks:

⑥ fortsättning.

4. P-värde:

P-värdet för $\chi^2 = 26.026$ med $df = 4$ hamnar
längre bort i tabellen än 0.995.

5. Slutsats:

Eftersom P-värdet $> \alpha (0.05)$ förkastas inte H_0 .

I ord: Data ger inte stöd för att påstå att
andelarna för de olika alternativen
skiljer sig åt mellan länderna på
5% signifikansnivå.

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank