Antal blad / *Number of sheets*: 12

TENTAMEN / EXAMINATION

Anvisningar: *Skriv din anonymitetskod på varje blad.*
Endast en uppgift får lösas på varje blad.
Var vänlig skriv tydligt!

Instructions: *Write your anonymous code on each sheet.*
Answer only one question on each sheet.
Please write clearly!

Vänligen texta anonymitetskoden i textboxen enligt exempel nedan!
Please write the Anonymous Code clearly in the textbox like example below!

Bokstäver/Letters:
A-B-C-D-E-F-G-H-I-J-K-L-M-N-O
P-Q-R-S-T-U-V-W-X-Y-Z-Å-Ä-Ö

Siffror/Numbers:
Ø-1-2-3-4-5-6-7-8-9

Exempel: | A | B | C | 1 | 7 | Ø | - | Ø | 1 | 7 |

STGAØ1 STATISTIK
Kurskod + Kurs / *Course Code + Course:*

Delkurs / *Part course:*

Anonymitetskod / *Anonymous code = Kurskod + kodnr / course code + code number*: STGAØ1-1Ø8

Tentamensdatum / *Examination date*: 19/1-2017

Behandlade uppgifter / *Solved problems*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	X	X	X	X	X									
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Ifylles av lärare / *To be completed by the examiner*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
9.5	10	10	9.5	6.5	8.5									
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Poäng / Marks gained: 54

Betyg / Grade: VG

Max poäng / Total marks gained:

För Gk poäng / Marks gainedto be passed:

D.L
Examin. lärare / Kursansvarig signatur / Signature of the examiner

Namnförtydligande / Clarification of the signature

3500000682

Häftområde

Skriv ej i detta område / Leave this area blank

Ange anonymitetskod / *Write your anonymity code*
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-108

Löpande sidnr / *Consecutive no:* 1

Uppgift nr / *Question no:* 1

Poäng / *Points awarded:* 9,5

Lärarens anteckning / *Examiner's remarks:*

a) Värdet på r visar hur väl det finns ett linjärt samband mellan de två olika variablerna 0,5

Ju närmare -1 eller 1 r är desto tydligare linjärt samband finns det

Som tumregel brukar man säga att $r \leq -0{,}7$ eller $r \geq 0{,}7$ för att sambandet ska finnas.

(r = korrelationskoefficienten) 0,5

0,5

b) Längd kommer att fungera bäst då den har ett "bättre" värde på r och är $r < -0{,}7$.

c) Minsta kvadratmetoden $\boxed{\hat{y} = a + bx}$

0,5 (Korrekt x och y)

x	y	xy	x^2
142	379	53818	20164
135	400	54000	18225
143	362	51766	20449
145	290	42050	21025
151	315	47565	22801
$\sum x = 716$	$\sum y = 1746$	$\sum xy = 249199$	$\sum x^2 = 102664$

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \qquad b = \frac{5 \times 249199 - 716 \times 1746}{5 \times 102664 - 512656}$$

$b = -6{,}23645$

Vänd för att fortsätta på uppgift c

Behandla endast en uppgift per sida / *Answer only one question per page*

Universitetstryckeriet

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / *Write your anonymity code* (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer) *(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)*	Löpande sidnr *Consecutive no:*
STGA01-108	2

Uppgift nr / *Question no:* 1

Poäng / *Points awarded:*

Lärarens anteckning *Examiner´s remarks:*

$\boxed{\text{c fortsättning}}$ $b = -6{,}23645$

$a = \bar{y} + b\bar{x}$ $\bar{y} = \frac{1746}{5} = 349{,}2$

$\bar{x} = \frac{716}{5} = 143{,}2$

$a = 349{,}2 - (-6{,}23645 \times 143{,}2)$

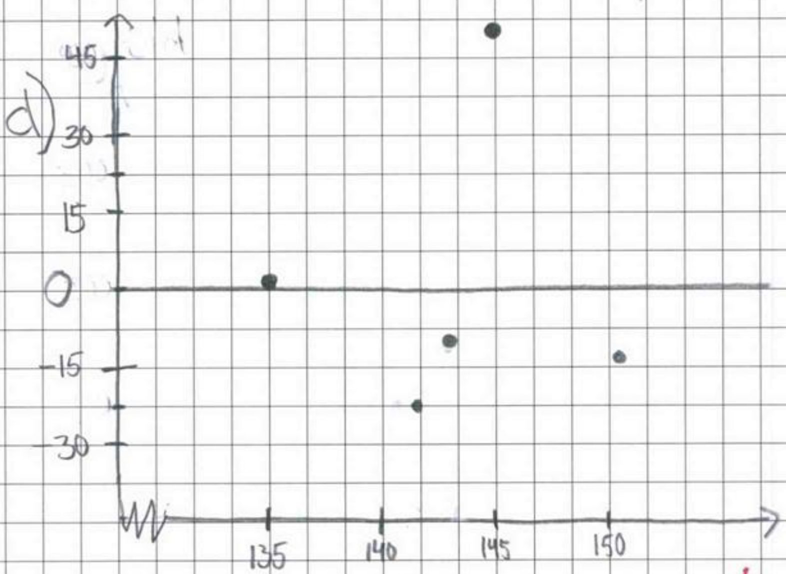
$a = 349{,}2 - (-893{,}06$

$a = 1242{,}26$ 1

1

$\boxed{\hat{y} = 1242{,}26 - 6{,}23645x}$

d)



1 (följdfel)

x	y	$\hat{y}$	$\hat{y} - y$
142	379	356,7	−22,3
135	400	400,3	0,3
143	362	350,4	−11,6
145	290	338	48
151	315	300,6	−14,4

Residual $= y - \hat{y}$

0,5

Universitetstryckeriet

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

KARLSTADS UNIVERSITET

Ange anonymitetskod / *Write your anonymity code*
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-108

Löpande sidnr
Consecutive no: 3

Uppgift nr /
Question no: 1

Poäng / *Points awarded:*

Lärarens anteckning
Examiner's remarks:

e) regressionslinjen: $\hat{y} = 1242{,}26 - 6{,}23645x$

Sätt in x (Roberts längd) i linjen för att få en skattning på hans löptid

$\hat{y} = 1242{,}26 - 6{,}23645 \times 141$

$\hat{y} \approx 362{,}9$

Svar: 362,9 sekunder

1

Universitetstryckeriet

Behandla endast en uppgift per sida / *Answer only one question per page*

Häftområde

Skriv ej i detta område / Leave this area blank

KARLSTADS UNIVERSITET

Ange anonymitetskod / *Write your anonymity code*
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-108

Löpande sidnr / *Consecutive no:* 4

Uppgift nr / *Question no:* 2

Poäng / *Points awarded:* 10

Lärarens anteckning / *Examiner's remarks:*

a1) $P(A) = 0{,}575$ A = Kvinna

a2) $P(B|A) = 0{,}12$ 1,5 B = Vegetarian

a3) $P(A^c \text{ och } B^c) = 0{,}405$

(Antar att 1000 var med i undersökningen)

	B	B^c	
A	69	506	575
A^c	20	405	425
	89	911	1000

2,5

b) $P(B^c) = \frac{911}{1000} = 0{,}911$ 1

c) $P(B^c|A^c) = \frac{405}{425} \approx 0{,}953$ 1

d) $P(A|B^c) = \frac{506}{911} \approx 0{,}555$ 1

e) $P(A|B) = \frac{69}{89} \approx 0{,}775$ 1

f) $P(A \text{ eller } B) = \frac{575+89-69}{1000} = 0{,}595$ 1

$(P(A) + P(B) - P(A \text{ o } B) = 0{,}575 + 0{,}089 - 0{,}069$

g) Nej dem är inte oberoende eftersom sannolikheten för att det blir en vegetarian är inte samma om man får en kvinna som om man får en man. 1

$P(B|A) \neq P(B|A^c)$

Universitetstryckeriet

Behandla endast en uppgift per sida / *Answer only one question per page*

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / *Write your anonymity code*
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01 - 108

Löpande sidnr
Consecutive no: 5

Uppgift nr /
Question no: 3

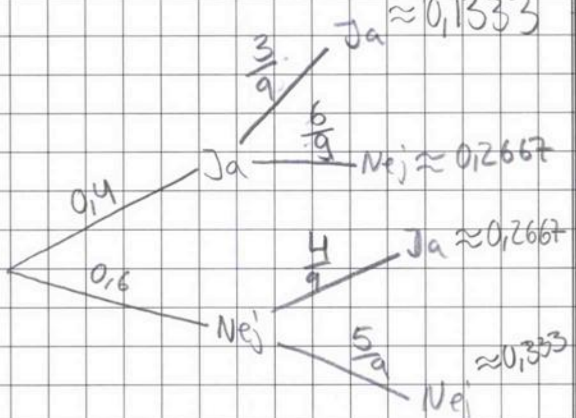
Poäng / *Points awarded:* →

Lärarens anteckning
Examiner´s remarks:

a) X = antalet som är positiva i stickprovet

$n = 2$

X	P(x)
0	0,333
1	0,5333
2	0,1333



$P(1) = 0,5333$ ← (Sannolikheten att stickprovet blir 1)

/2,5

b) Det går inte att använda binomialfördelning eftersom det inte är upprepade försök och sannolikheten förändras efter att man har valt första personen.

Eftersom $n/N > 0,1$ går det inte heller att göra en approximativ binomialfördelning

/1

c) $X \sim Bin(2, 0,4)$ $P(x) = (n\ n(r\ x) \times p^x (1-p)^{n-x}$

$P(1) = \frac{2}{1} \times 0,4^1 \times (1-0,4)^{2-1}$

$P(1) = 2 \times 0,4 \times 0,6$

$P(1) = 0,48$

Enligt felaktig binomialfördelning blir P(1) 0,48 medan den egentligen är ≈ 0,5333...

/2

Universitetstryckeriet

Behandla endast en uppgift per sida / *Answer only one question per page*

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

KARLSTADS UNIVERSITET

Ange anonymitetskod / *Write your anonymity code*
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-108

Löpande sidnr
Consecutive no: 6

Uppgift nr / *Question no:* 3

Poäng / *Points awarded:* 10

Lärarens anteckning
Examiner's remarks:

d) Eftersom $n/N < 0{,}1$ så går det att skriva som $X \sim Bin(500; 0{,}25)$.

Binomialfördelningen går dock att approximativt normalfördela eftersom kriterierna

$np > 15$ o $n(1-p) > 15$ (• $500 \times 0{,}25 = 125$
• $500 \times (1-0{,}25) = 375$)

$X \sim N(500 \times 0{,}25 ; \sqrt{500 \times 0{,}25 \times 0{,}75})$

$X \sim N(125 ; 9{,}68246)$

$P(X \geq 100) \approx$

$P(Z \geq \frac{100-125}{9{,}68246}) \approx P(Z \geq -2{,}58) \approx 1-0{,}0049$

$1-0{,}0049 = 0{,}9951$

Svar Sannolikheten att minst 100 svarar att de är positiva är ungefär $0{,}9951 = 99{,}51\%$

4,5 (-)

Universitetstryckeriet

Behandla endast en uppgift per sida / *Answer only one question per page*

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

KARLSTADS UNIVERSITET

Ange anonymitetskod / *Write your anonymity code*
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-108

Löpande sidnr
Consecutive no: 7

Uppgift nr /
Question no: 4

Poäng / *Points awarded:*

Lärarens anteckning
Examiner´s remarks:

a) medelvärde

$$\frac{\sum x}{N} = \mu \qquad N = 500$$

$$\sum x = (125 \times 0) + (150 \times 1) + (125 \times 2) + (50 \times 3) + (30 \times 4) + (20 \times 5)$$

$$\mu = \frac{770}{500} = 1{,}54$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x-\mu)^2}{N}}$$

(Använder formeln för sigma eftersom det är en population)

Riktigt!

x	$x-\mu$	$(x-\mu)^2$	f	$f(x-\mu)^2$
0	-1,54	2,3716	125	296,45
1	-0,54	0,2916	150	43,74
2	0,46	0,2116	125	26,45
3	1,46	2,1316	50	106,58
4	2,46	6,0516	30	181,548
5	3,46	11,9716	20	239,432

$\sum$ 894,2

$$\sigma = \sqrt{\frac{894{,}2}{500}}$$

$\sigma = 1{,}33731$

Svar: $\mu = 1{,}54$

$\sigma = 1{,}33731$

3

Universitetstryckeriet

Ange anonymitetskod / *Write your anonymity code*
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-108

Löpande sidnr *Consecutive no:* 8

Uppgift nr / *Question no:* 4

Poäng / *Points awarded:* 9,5

Lärarens anteckning *Examiner´s remarks:*

Skriv ej i detta område / Leave this area blank

Häftområde

b) n=30 Enligt CGS går gränsen för normalapproximation av stickprovsmedelvärde ungefär där. Fungerar som en tumregel.

i det här fallet får vi anta det.

$$\bar{X} \sim N\left(1{,}54; \frac{1{,}33731}{\sqrt{30}}\right)$$

$$\bar{X} \sim N(1{,}54; 0{,}244158)$$

$$P(\bar{x} \leqslant 2) \approx$$

$$P\left(Z \leq \frac{2-1{,}54}{0{,}244158}\right) \approx P(Z \leqslant 1{,}88) \approx 0{,}9699$$

Svar: Sannolikheten att att $\bar{x} \leq 2$ vid ett stickprov på 30 hushåll är ca: 96,99 % (0,9699)

5,5

c) Eftersom 20 inte uppfyller kravet för CGS n>30 så skulle det enligt det inte gå att normalapproximera.
Om man har en väldigt jämn populationsfördelning behöver inte n>30 men så är inte fallet här. Dock så är den unimodal vilket gör att det skulle gå att få en någorlunda normalfördelning redan när n=20 för stickprovsmedelvärdet.

1

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / *Write your anonymity code*
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-108

Löpande sidnr
Consecutive no: 9

Uppgift nr / *Question no:* 5

Poäng / *Points awarded:* 6.5

Lärarens anteckning
Examiner's remarks:

a) För att kunna göra ett KI får jag anta att det är normalfördelat

$\bar{x} \pm t \times Se$ 0.5 $Se = \frac{s}{\sqrt{n}}$

$145 \pm 2,26 \times \frac{20}{\sqrt{10}}$ 1

t-tabell
$df = 10 - 1 = 9$

$145 \pm 14,2935$

1.5

nedre gräns: 130,707

övre gräns: 159,293

[130,707 ; 159,293]

Svar: med 95% sannolikhet så finns blommornas meddellängd mellan 130,7 & 159,3 cm

0.5

3.5

b) På en signifikationsnivå på 0,05 så skulle det inte gå att påstå att plantorna har växt eftersom 134 cm finns inom KI som gjordes i a.

(För att kunna påstå att plantorna har växt hade man behövt ett 80% igt KI)

1

Behandla endast en uppgift per sida / *Answer only one question per page*

Universitetstryckeriet

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / *Write your anonymity code*
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-108

Löpande sidnr
Consecutive no: 10

Uppgift nr / *Question no:* 5

Poäng / *Points awarded:*

Lärarens anteckning
Examiner´s remarks:

1 = Juni 2 = Juli

c) $\bar{x}_1 = 145$ $s_1 = 20$

$\bar{x}_2 = 156$ $s_2 = 18$

$df = n_1 + n_2 - 2$

Både n_1, n_2 och s_1, s_2 är nära för ingen är mer än x1,5 bort

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t \times \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$ 0.5

$$(145-156) \pm 2{,}07 \times \sqrt{\frac{20^2}{10} + \frac{18^2}{15}}$$

$$-11 \pm 2{,}07 \times \sqrt{3{,}2}$$ 0.5

$df = 10 + 15 - 2$

$df = 23$

$-11 \pm 3{,}70293$

nedre gräns: -14,7029

övre gräns: -7,29707

[-14,7029; -7,29707] ✓

Eftersom 0 inte finns med i intervallet så betyder det att med 95% sannolikhet har plantorna växt från 1 juni till den 1 Juli. ✓

ok!

2

Universitetstryckeriet

Behandla endast en uppgift per sida / *Answer only one question per page*

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / *Write your anonymity code*
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-108

Löpande sidnr
Consecutive no: 11

Uppgift nr / *Question no:* 6

Poäng / *Points awarded:* 8.5

Lärarens anteckning
Examiner's remarks:

a) Hypotestest

① Antaganden

- Kategorisk variabel (Ja/Nej)
- Slumpmässigt urval
- Approximativt normalfördelat $(np) > 15$ & $n(1-p) > 15$

$400 \times 0{,}8 = 320 > 15$

$400 \times 0{,}2 = 80 > 15$

1,5

② Hypoteser

$H_0: P = 0{,}8$

$H_a: P < 0{,}8$

1

③ Teststatistika

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{se} \qquad se = \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$$

$$z = \frac{0{,}77 - 0{,}8}{\sqrt{\frac{0{,}8 \times (1-0{,}8)}{400}}}$$

$p_0 = 0{,}8$

$\hat{p} = \frac{308}{400} = 0{,}77$

$n = 400$

$$z = \frac{-0{,}03}{0{,}02} = -1{,}5$$

1,5

5.5

④ P-värde

$P(z < -1{,}5) = 0{,}0668$

1

⑤ Slutsats

Eftersom P-värdet > 0,05 går det inte att förkasta H_0.

Alltså på en signifikationsnivå på 5% så går det inte att påstå att Krister har fel i sitt påstående.

0.5

Universitetstryckeriet

Ange anonymitetskod / *Write your anonymity code*
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01 - 108

Löpande sidnr
Consecutive no: 12

Uppgift nr / *Question no:* 6

Poäng / *Points awarded:*

Lärarens anteckning
Examiner's remarks:

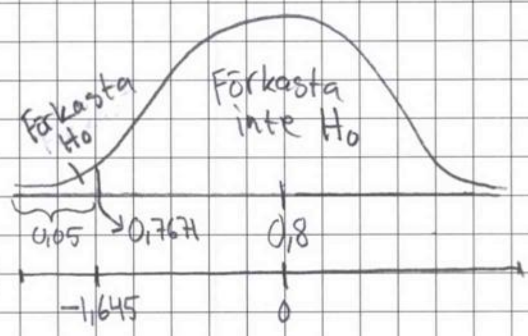
b) Typ II fel: Att inte förkasta H_0 fast det är falskt 0.5

För att veta sannolikheten att göra ett typ II fel behöver vi först veta vart gränsvärdet för att förkasta H_0.

Eftersom det är enkelsidigt blir z-värdet -1,645

$$-1{,}645 = \frac{\hat{p} - 0{,}8}{\sqrt{\frac{0{,}8 \times (1-0{,}8)}{400}}}$$

$\hat{p} = 0{,}7671$



0.5

Varje gång $\hat{p} \geq 0{,}7671$ gör vi ett typ II fel

Vad är sannolikheten att $\hat{p} \geq 0{,}7671$ om populationsandelen är 0,73 och man frågar 400?

$P(\hat{p} \geq 0{,}7671)$ 0.5

$\hat{p} = 0{,}7671$

$P = 0{,}73$

$n = 400$

$$P\left(Z \geq \frac{0{,}7671 - 0{,}73}{\sqrt{\frac{0{,}73 \times (1-0{,}73)}{400}}}\right)$$

③

$P(Z \geq 1{,}69) \approx 1 - 0{,}9545 = 0{,}0455$ ✓ ok! 1

Svar sannolikheten att få en stickprovsandel över 0,7671 och därmed göra ett typ II fel är ungefä 4,55%

0.5

Universitetstryckeriet