



Antal blad /
Number of sheets

13 ✓

TENTAMEN / EXAMINATION

Anvisningar: Skriv din anonymitetskod på varje blad.
Endast en uppgift får lösas på varje blad.
Var vänlig skriv tydligt!

Instructions: Write your anonymous code on each sheet.
Answer only one question on each sheet.
Please write clearly!

Vänligen texta anonymitetskoden i textboxen enligt exempel nedan!
Please write the Anonymous Code clearly in the textbox like example below!

Bokstäver/Letters:

A-B-C-D-E-F-G-H-I-J-K-L-M-N-O
P-Q-R-S-T-U-V-W-X-Y-Z-Å-Ä-Ö

Siffror/Numbers:

Ø-1-2-3-4-5-6-7-8-9

Exempel:

A	B	C	1	7	Ø	-	Ø	1	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

STGA01 Statistik

Kurskod + Kurs / Course Code + Course:

Delkurs / Part course:

Anonymitetskod / Anonymous code =
Kurskod + kodnr / course code + code number
STGA01-Ø13 ✓

Tentamensdatum /
Examination date:
160311

Behandlade uppgifter / Solved problems

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
✓	✓	✓	✓	✓	✓									
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Ifylles av lärare / To be completed by the examiner

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7,5	10	10	9,5	6,5	8,5									
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Poäng / Marks gained: 52

Betyg / Grade: VG

Exam. lärare / Kursansvarig signatur / Signature of the examiner
A.W

Max poäng / Total marks gained: _____

Namnförtydligande / Clarification of the signature

För Gk poäng / Marks gained to be passed: _____



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STG401-013

Löpande sidnr
 Consecutive no:

1

Uppgift nr /
 Question no:

1

Poäng / Points
 awarded:

7,5

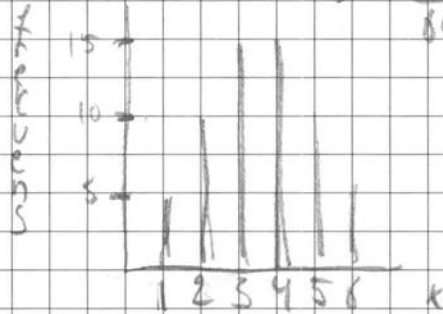
Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

a) Högersteu ✓

Eget exempel till b



$$\mu = \frac{210}{60} = 3,5$$

b) 1) Median *fortjäder*

2) Medelvärde *fortjäder*

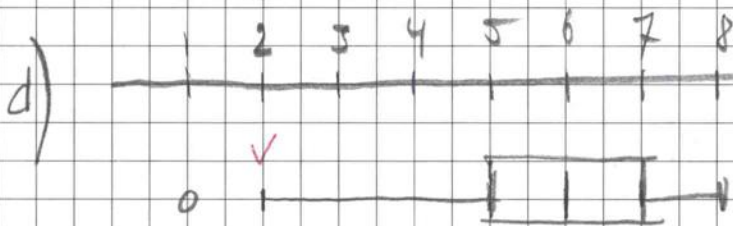
3) De blir likadana →

$$\text{Median: } \frac{3+4}{2} = 3,5$$

$$c) \mu = \frac{\sum x \cdot f}{N} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 10 \cdot 5 + 9 \cdot 6 + 7 \cdot 7 + 6 \cdot 8}{1+2+5+10+9+7+6}$$

$$= \frac{228}{40} = 5,7$$

$$\text{Median: } \frac{6+6}{2} = 6$$



$$\text{IQR: } 2,5 - 2 = 0,5$$

$$e) \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{1 \cdot (1 - 5,7)^2 + 2 \cdot (3 - 5,7)^2 + 5 \cdot (4 - 5,7)^2 + 10 \cdot (5 - 5,7)^2 + 9 \cdot (6 - 5,7)^2 + 7 \cdot (7 - 5,7)^2 + 6 \cdot (8 - 5,7)^2}{40}}$$

$$= \sqrt{\frac{86,374}{40}} = 1,469$$



Beteckningar

A: Fastighetsaffären var långdragen

B: Fastighetsaffären var varaktig

$$a1) P(B) = 0,6 \quad \text{R}$$

$$a2) P(A \text{ och } B) = 0,45 \quad \text{R}$$

$$a3) P(A | B^c) = 0,25 \quad \text{R}$$

	Långdragen (A)	Inte långdragen (A ^c)	
Varaktig (B)	4500	1500	6000
Inte varaktig (B ^c)	1000	3000	4000
	5500	4500	10000

Antar 10 000 fastighetsaffärer R

$$P(B) = 0,6 \cdot 10\,000 = 6000$$

$$P(A \text{ och } B) = 0,45 \cdot 10\,000 = 4500$$

$$P(A | B^c) = 0,25 \cdot 4000 =$$

$$b) P(A) = \frac{5500}{10\,000} = 0,55 = 55\% \quad \text{R}$$

$$c) P(A^c \text{ och } B) = \frac{1500}{10\,000} = 0,15 = 15\% \quad \text{R}$$

$$d) P(B | A) = \frac{4500}{5500} = 0,8181 \approx 81,8\% \quad \text{R}$$



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STG401-013

Löpande sidnr
Consecutive no:

3

Uppgift nr /
Question no: 2

Poäng / Points
awarded: 10

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

e) $P(A \text{ och } B) = P(A) \cdot P(B)$

Stämmer formelen är de längdragna och de
karaktistiska fastighetsaffärererna oberoende.

$$P(A \text{ och } B) = 0,45$$

Dä ska $P(A) \cdot P(B) = 0,45$
 $0,55 \cdot 0,6 = 0,33$

Variablerna är inte oberoende, alltså
finns det ett samband.

R

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank



a1) Att urvalet är slumpmässigt R

a2) Vi definierar en slumpvariabel X
som sympatiserar med partien

V : har en binomialfördelning $X \sim \text{Bin}(n=2000, p=0,25)$
Det finns en tumregel som säger att
om parametrarna n och p uppfyller följande
villkor $np > 15$ och $n(1-p) > 15$ kan fördelningen
ses approximativt som en normalfördelning

$$2000 \cdot 0,25 = 460 \quad 2000(1-0,25) = 1540$$

Tumregeln är uppfylld

$$\text{Vi får då } \mu = np \text{ och } \sigma = \sqrt{np(1-p)}$$

$$\mu = 460$$
$$\sigma = \sqrt{460 \cdot 0,75} \approx 18,820$$

$$X \sim N(460, 18,820)$$

$$P(450 \leq X \leq 470) = P\left(\frac{450-460}{18,820} \leq Z \leq \frac{470-460}{18,820}\right)$$

$$P(-0,53 \leq Z \leq 0,53)$$
$$= 0,7019 - 0,2981$$
$$= 0,4038$$

Sannolikheten att få mellan 450 och 470
av 2000 som sympatiserar är ca 40,4%. R



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STG-401-03

Löpande sidnr
Consecutive no:

5

Uppgift nr /
Question no: 5

Poäng / Points
awarded:

10-

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

$$b1) X \sim N(167, 6)$$

Definiera en slumpvariabel X för en slumpvis kvinnas längd

$$P(X < 170) = P\left(Z \leq \frac{170 - 167}{\sqrt{6}}\right) = P(Z < 0,5) = 0,6915$$

Sannolikheten att en slumpvis utvald kvinna är kortare än 170 cm är ca 69,2% (R)

$$b2) X \sim \text{Bin}(n=3, p=0,6915)$$

Det är samma sannolikhet i varje försök.

$$\text{Formel: } P(X) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$P(3) = \binom{3}{3} \cdot 0,6915^3 \cdot 0,3085^0 = 0,330656$$

Sannolikheten att 3 slumpvis utvalda kvinnor är kortare än 170 cm är ca 33,1% (R)



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

ST6401-013

Löpande sidnr
 Consecutive no:

6

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

a)

* = över 3 ; medelvärde

Uppgift nr /
 Question no: 4

Poäng / Points
 awarded: →

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:

Stickprovresultat	Stickprovmedel	Sannolikhets utfall
1	1	0,04 (1/25)
1	1,5	
1	2	
1	2,5	
1	3	
2	1,5	
2	2	
2	2,5	
2	3	
2	3,5	*
3	2	
3	2,5	
3	3	
3	3,5	+
3	4	*
4	2,5	
4	3	
4	3,5	+
4	4	*
4	4,5	+
5	3	
5	3,5	*
5	4	*
5	4,5	*
5	5	*

Universitetstryckeriet



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STG401-013

Löpande sidnr
 Consecutive no:

7

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

Uppgift nr /
 Question no: 4

Poäng / Points
 awarded: →

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:

Från tabellen ser man att
 det är 10 utfall där stickprovsmedelvärde
 är över 3

Sannolikhet för medelvärde över 3

$$\frac{10}{25} = 0,4 = 40\% \quad \text{R}$$

b)

X	P(X)
1	0,2
2	0,2
3	0,2
4	0,2
5	0,2

$$\mu = \sum x_i \cdot P(x_i) = (1 \cdot 0,2) + (2 \cdot 0,2) + \dots + (5 \cdot 0,2) = 3 \quad \text{R}$$

$$\sigma^2 = (1-3)^2 \cdot 0,2 = 0,8 \quad \left(\sigma^2 = \sum (x_i - \mu)^2 P(x_i) \right)$$

$$(2-3)^2 \cdot 0,2 = 0,2$$

$$(3-3)^2 \cdot 0,2 = 0$$

$$(4-3)^2 \cdot 0,2 = 0,2$$

$$(5-3)^2 \cdot 0,2 = 0,8$$

$$2$$

$$\sigma = \sqrt{2} = 1,414 \quad \text{R}$$



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STG401 - 013

Löpande sidnr
Consecutive no:

8

Uppgift nr /
Question no: 4

Poäng / Points
awarded: 9,5

Lärens
anteckning
Examiner's remarks:

Enligt CBS är ^{fördelningen för X} det en normalfördelning
för $n > 30$ ($n = 50$)

Fördelningen är då $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$$\bar{X} \sim N\left(3, \frac{1,414}{\sqrt{50}}\right) = \left(3, 0,19997\right)$$

$$\text{Vi söker } P(\bar{X} > 2,7) = P\left(z > \frac{2,7 - 3}{0,19997}\right)$$

$$= P(z > -1,50)$$

$$= 1 - 0,0668$$

$$= 0,9332$$

Sannolikheten att vid 50 spelomgångar
få ett medelvärde över 2,7 är
ca 93,3 %

R



$$\bar{x}_A: 17 \quad s_A: 1,78885 \quad n_A: 6$$

$$\bar{x}_B: 19,6 \quad s_B: 2,20227 \quad n_B: 5$$

$$\begin{aligned} \text{Övregräns: } & (19,6 - 17) + 2,26 \cdot \sqrt{\frac{2,20227^2}{5} + \frac{1,78885^2}{6}} \\ & = 5,371 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nedregräns: } & (19,6 - 17) - 2,26 \cdot \sqrt{\frac{2,20227^2}{5} + \frac{1,78885^2}{6}} \\ & = -0,171 \end{aligned}$$

Detta ger konfidensintervall $[-0,17, 5,38]$
skillnader i medellängd

Med 95% säkerhet ligger mellan de två
godkänningsmedlen ligger i intervallet $-0,17$ och $5,38$

Antaganden

- Kvantitativa ~~responsvariabel~~ a
- Urvalet av personer har skett slumpmässigt oberoende
- Antar att populationerna är normalfördelade,
då de inte uppfyller $n > 10$ b



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STG401-013

Löpande sidnr
 Consecutive no:

9

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

$$\bar{X}_A; \frac{18 + 15 + 20 + 16 + 17 + 16}{6} = 17 \quad \text{R}$$

$$\bar{X}_B = \frac{21 + 16 + 19 + 22 + 20}{5} = 19,6 \quad \text{R}$$

$$S_A = \frac{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}}{n-1}$$

$$\frac{\sqrt{[(18-17)^2 + (15-17)^2 + \dots + (16-17)^2]}}{6-1}$$

$$S_A = \sqrt{\frac{16}{5}} = 1,78885 \quad \text{R}$$

$$S_B = \frac{\sqrt{(21-19,6)^2 + \dots + (20-19,6)^2}}{5-1}$$

$$S_B = \sqrt{\frac{19,4}{5-1}} = 2,20227 \quad \checkmark$$

Formel: $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t \cdot se$ $se = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$

Fr.hetsgrader: $6 + 5 - 2 = 9$

ger $t = 2,26$

Motivem

Uppgift nr /
 Question no: 5

Poäng / Points
 awarded: \rightarrow

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

ST6A01-013

Löpande sidnr
Consecutive no:

11

Uppgift nr /
Question no: 5

Poäng / Points
awarded: 6,5

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

a) 90 % säkerhet ger $t = 1,83$ vid
9 frihetsgrader

$$\text{Övregräns: } (19,6 - 17) + 1,83 \cdot \sqrt{\frac{2,20227^2}{5} + \frac{1,78885^2}{6}}$$

$$= 4,844$$

$$\text{Nedregräns } (19,6 - 17) - 1,83 \cdot \sqrt{\frac{2,20227^2}{5} + \frac{1,78885^2}{6}}$$

$$= 0,356$$

Detta ger konfidenstervall $[0,35, 4,85]$

Med 90 % säkerhet ligger skillnaden i
Medellängd i intervaller 0,35 och 4,85

c) I a-uppgiften finns talet 0 med i
intervallet, vilket gör att vi inte kan
vara 95 % säkra. \mathbb{R}

Vi kan däremot vara 90 % säkra för talet
0 finns inte med i intervallet i b-uppgiften.

d) ej besvarad $\circ \circ$

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STG401-013

Löpande sidnr
 Consecutive no:

12

Uppgift nr /
 Question no: 6

Poäng / Points
 awarded: →

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

Vi behöver göra ett chitvite-test

1. Antaganden

- Kategoriska variabler

"Sve.den", där svaret kan vara ja/nej

"Tidpunkt" där svaret kan vara dec/jan/feb

- Urvalet har skett slumpmässigt
- Tillräckligt stort förväntat antal i varje cell
 dvs ---

2. Hypoteser

H_0 : De två variablerna "Sve.den" och "Tidpunkt" är oberoende

H_a : Det finns en association (samband) mellan variablerna

3. Teststatistika

$$\chi^2 = \sum \frac{(\text{Observerat} - \text{Förväntat})^2}{\text{Förväntat}}$$

Tidpunkt
 (3-1) | (2-1)
 ← Sve.den

Teststatistiken följer χ^2 -fördelningen med $df=2$ om H_0 är sann

	Ja	Nej		Ja	Nej	
Dec	317	1349	1666	Dec	299,06	1336,94
Jan	310	1391	1701	Jan	305,34	1395,66
Feb	284	1424	1708	Feb	306,60	1401,4
	911	4164	5075			



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STG401-013

Löpande sidnr
Consecutive no:

13

Uppgift nr /
Question no: 6

Poäng / Points
awarded: 8,5

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

$$\chi^2 = \frac{(317 - 299,06)^2}{299,06} + \frac{(1349 - 1336,94)^2}{1336,94} + \dots + \frac{(1424 - 1401,4)^2}{1401,4}$$

$$\chi^2 = 3,3$$

4. P-värde

Ur tabellen får vi $P(\chi^2 \geq 3,219) = 0,2$

$$P(\chi^2 \geq 4,605) = 0,1$$

(Tabellen säger $P(\chi^2 < 3,219) = 0,8$
 $P(\chi^2 < 4,605) = 0,1$)

Eftersom 3,3 är lite mer än 3,219 är
vårt p-värde lite mindre än 0,2 \mathbb{R}

5. Slutsats

Eftersom p-värdet är $> \alpha (0,05)$ förkastas
inte H_0

Tolkning: Med en signifikansnivå på 5%
kan vi hävda att variablerna har ett samband.
Populationsandelen som röstar på Sverige - ?
demokraterna har inte varierat under de
olika månaderna.