



# TENTAMEN / EXAMINATION



12307683

Fylls i av **student** / To be completed by the **student**

Skriv anonymiseringskoden på samtliga svarsblad / Write your anonymity code on each sheet		Anonymiseringskod / Anonymity code	
		N E G B 0 1 - 0 0 0 7 - D D Y	
Provbenämning / Exam name			Önmäld
Kvantitativa metoder i nationalekonomi			
Kurskod / Course code	Modul / Module	Tentamensdatum / Examination date	
N E G B 0 1	1 0 0 0	2 0 2 2 - 0 2 - 1 1	
Jag har tagit del av regler som gäller vid tentamen / I have read the current rules for examinations		Antal inlämnade blad med anonymiseringskod / Number of sheets with anonymity code	
<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes		17	

Fylls i av **skrivvakt** / To be completed by the **invigilator**

Kontroll av legitimation / Identification checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	Härmed intygas att kontroller utförts / This is to certify that the checks have been carried out
Kontroll av inlämnade blad / Answer sheets checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	
Inlämningstid / Time of submission	11:55	Tydlig sign. / Signature AS

Fylls i av **lärare** / To be completed by the **examiner**

Bedömning av uppgifter / Questions attempted										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	~
1,5	2,5	2	3	2	1,5	5				
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	~
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	~
Totalt antal poäng / Total points				Examin. lärare / Kursansvarig signatur / Signature of the examiner						
17,5				A.L.						
Betyg / Grade				Namnförtydligande / Clarification of the signature						
VG										

12307683



Försättsbladet ska alltid lämnas in även om ingen uppgift behandlats /  
Examination should always be submitted even if no questions are answered



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEG301-0002-DDY

Löpande sidnr  
Consecutive no:

1

Uppgift nr /  
Question no:

1

Poäng / Points  
awarded:

1,5

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

$$1) a) x(x-5) = 0$$

$$x_1 = \underline{0} \quad 0,5 \quad x_2 = \underline{5}$$

$$b) 100 \cdot 1,04^x = 300 \quad (100)$$

$$1,04^x = 3$$

$$x \cdot \lg(1,04) = \lg(3) \quad (\lg(1,04))$$

$$x = \frac{\lg(3)}{\lg(1,04)} \quad 0,5$$

$$c) \ln(6x^2) - \ln(2x) = \ln(4) + \ln(1,5)$$

$$\ln\left(\frac{6x^2}{2x}\right) = \ln(4 \cdot 1,5)$$

$$\ln(3x) = \ln(6)$$

$$3x = 6$$

$$x = \underline{2} \quad 0,5$$





Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NE6B01-0007-DDY

Löpande sidnr  
Consecutive no:

2

Uppgift nr /  
Question no:

2

Poäng / Points  
awarded:

2,5

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

$$\begin{array}{l} 2) a) \quad 3x + 5y = 19 \\ \quad \quad -5x + 2y = -11 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} (1,5) \\ (1,3) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 15x + 25y = 95 \\ -15x + 6y = -33 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$$

$$25y + 6y = 95 + (-33)$$

$$31y = 62$$

$$y = \underline{\underline{2}} \quad 0,5$$

$$3x + 5y = 19$$

$$3x + 5 \cdot 2 = 19$$

$$3x + 10 = 19$$

$$3x = 9$$

$$x = \underline{\underline{3}} \quad 0,5$$

$$\text{Svar: } \left. \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 2 \end{array} \right\}$$

Häftområde

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NE6B01-0002-DD4

Löpande sidnr  
 Consecutive no:

3

Uppgift nr /  
 Question no: 2

Poäng / Points  
 awarded:

Lärarens  
 anteckning  
 Examiner's remarks:

$$\begin{array}{r} 2) \quad b) \quad 3x + 2y + 4z = 9 \\ \quad \quad -2x + 5y + z = 4 \\ \quad \quad 4x + y + 3z = 8 \end{array} \left. \begin{array}{l} \cdot 4 \\ \cdot 6 \\ \cdot (-3) \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r} 12x + 8y + 16z = 36 \\ -12x + 30y + 6z = 24 \\ -12x - 3y - 9z = -24 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \end{array} \right\} +$$

0,5 (Method)

$$\begin{array}{r} 12x + 8y + 16z = 36 \\ \quad 38y + 22z = 60 \\ \quad \quad 5y + 7z = 12 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \cdot 10 \\ \cdot (-76) \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r} 12x + 8y + 16z = 36 \\ \quad 380y + 220z = 600 \\ \quad -380y - 532z = -912 \end{array}$$

$$220z + (-532z) = 600 + (-912)$$

$$-312z = -312$$

$$z = \underline{\underline{1}} \quad 0,5$$

$$380y + 220z = 600$$

$$380y + 220 \cdot 1 = 600$$

$$380y = 380$$

$$y = \underline{\underline{1}}$$

Häftområde

Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank





Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NE6B01-0002-DDY

Löpande sidnr  
Consecutive no:

4

Uppgift nr /  
Question no: 2

Poäng / Points  
awarded:

Lärens  
anteckning  
Examiner's remarks:

2) b)  $3x + 2y + 4z = 9$

$$3x + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 9$$

$$3x + 6 = 9$$

$$3x = 3$$

$$x = \underline{\underline{1}}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{array} \right\} 0,5$$

Häftområde

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01-0002-DDY

Löpande sidnr  
 Consecutive no:

5

Uppgift nr /  
 Question no:

3

Poäng / Points  
 awarded:

2

Lärens  
 anteckning  
 Examiner's remarks:

$$3) \quad a) \quad P = 2Q_s^2 + 28Q_s + 44$$

$$P = -2Q_D^2 - 20Q_D + 300$$

$$2Q^2 + 28Q + 44 = -2Q^2 - 20Q + 300$$

$$4Q^2 + 48Q - 256 = 0 \quad (14)$$

$$Q^2 + 12Q - 64 = 0 \quad 0,5$$

pq-formeln...  $x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$  ...

$$Q = -\frac{12}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 - (-64)}$$

$$Q = -6 \pm \sqrt{100}$$

$$Q = -6 \pm 10$$

$$Q_1 = -16 \quad Q_2 = 4 \quad 0,5$$

Stryker den pga. att  
 kvantitet ej kan vara negativ

Sätt in  $Q$  ...  $P = 2Q_s^2 + 28Q + 44$

$$P = 2 \cdot 4^2 + 28 \cdot 4 + 44 = \underline{\underline{188}} \quad 0,5$$

Svar: equilibrium pris är 188 och  
 equilibrium kvantitet är 4.

Häftområde

Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank





Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NELB01-0002-DD4

Löpande sidnr  
Consecutive no:

6

Uppgift nr /  
Question no: 3

Poäng / Points  
awarded:

Lärens  
anteckning  
Examiner's remarks:

b)  $Q = 5$

$$P = -2Q^2 - 20Q + 300$$

$$P = -2 \cdot 5^2 - 20 \cdot 5 + 300$$

$$P = \underline{150} \quad \checkmark \frac{dP}{dQ}?$$

$$E = \frac{P}{Q} \cdot \frac{dQ}{dP} \quad \text{där} \quad \frac{dQ}{dP} = \frac{1}{dP/dQ}$$

$$E = \frac{150}{5} \cdot \frac{1}{-20} = 30 \cdot \frac{1}{-20} = -\frac{30}{20} = -\underline{1,5} \quad \checkmark$$

Svar: <sup>0,75 (Metod)</sup> Priselasticiteten av efterfrågan är  $-1,5$  vid  $Q=5$

c)  $Q = 2$

$$P = -2 \cdot 2^2 - 20 \cdot 2 + 300$$
$$= \underline{252}$$

$$\frac{252}{2} \cdot \frac{1}{-20} = 126 \cdot \frac{1}{-20} = -\underline{6,3} \quad \checkmark$$

Svar:  $|E|$  becomes higher in this case because  $-6,3$  is a higher elasticity than  $-1,5$  (answer in b). When  $Q$  moves towards 0, the elasticity becomes higher. Shown above



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

Löpande sidnr  
Consecutive no:

NE6B01-0007-DDY

7

Häftområde

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank

$$4) a) f(x) = e^x - 7x^5 + 4x - \ln(x)$$

$$f'(x) = e^x - 35x^4 + 4 - \frac{1}{x} \quad 0,5$$

$$b) h(x) = x^3 \cdot \ln(x)$$

$$h'(x) = 3x^2 \cdot \ln(x) + x^3 \cdot \frac{1}{x} \quad 0,5$$

$$= x^2(3\ln(x) + 1) = \underline{x^2(\ln(x^3) + 1)}$$

$$c) p(x) = (x^2 - 4x + 5)^{15}$$

$$p'(x) = 15(x^2 - 4x + 5)^{14} \cdot (2x + 4) \quad 0,5$$

$$d) g(x) = \sqrt[3]{x^3 - 1} = (x^3 - 1)^{\frac{1}{3}}$$

$$g'(x) = \frac{1}{3}(x^3 - 1)^{-\frac{2}{3}} \cdot (3x^2) = x^2(x^3 - 1)^{-\frac{2}{3}}$$

$$= \underline{x^5 - x^2}$$

$$e) k(x) = \ln((2x+5)(7x-1)) = \ln(2x+5) + \ln(7x-1)$$

$$k'(x) = \frac{1}{2x+5} \cdot 2 + \frac{1}{7x-1} \cdot 7 =$$

$$\underline{\underline{\frac{2}{2x+5} + \frac{7}{7x-1}}}$$

Uppgift nr /  
Question no: 4

Poäng / Points  
awarded: 3

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:





Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NE6B01-0007-DDY

Löpande sidnr  
Consecutive no:

8

Uppgift nr /  
Question no: 4

Poäng / Points  
awarded:

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

$$f) v(x) = e^{4x} \cdot \ln(5x)$$

$$v'(x) = 4e^{4x} \cdot \ln(5x) + e^{4x} \cdot \frac{0,5}{5x} \cdot 5$$

$$= 4e^{4x} \cdot \ln(5x) + e^{4x} \cdot \frac{1}{x}$$

$$= \underline{e^{4x} \left( 4 \ln(5x) + \frac{1}{x} \right)}$$

$$g) P(Q) = \frac{Q^3}{\sqrt{Q}} = \frac{Q^3}{Q^{0,5}}$$

$$P'(Q) = \frac{3Q^2 \cdot Q^{0,5} - Q^3 \cdot Q^{-0,5}}{(Q^{0,5})^2}$$

$$= \frac{3Q^{2,5} - Q^{2,5}}{Q^1} = \frac{2Q^{2,5}}{Q^1}$$

$$= \underline{2Q^{1,5}}$$

$$h) Q(L) = \frac{(5L+3)^4}{L^2+1}$$

$$Q'(L) = \frac{4(5L+3)^3 \cdot 5 \cdot (L^2+1) - (5L+3)^4 \cdot 2L}{(L^2+1)^2}$$

$$= \underline{\underline{\frac{20(5L+3)^3 \cdot (L^2+1) - (5L+3)^4 \cdot 2L}{(L^2+1)^2}}}$$



NE6B01-0002-DDY

9

 Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank

$$5) a) f(x, y) = x^2 - 4x + 2y^2 + 4y$$

$$f_x(x, y) = 2x - 4$$

$$f_y(x, y) = 4y + 4$$

$$\begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ 4y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$2x + 4 = 0$$

$$2x = -4$$

$$x = \underline{\underline{-2}}$$

$$4y + 4 = 0$$

$$4y = -4$$

$$y = \underline{\underline{-1}}$$

$$f_{xx}(x, y) = 2$$

$$f_{yy}(x, y) = 4$$

$$f_{xy}(x, y) = 0$$

Stationary point	$f_{xx}(x, y)$	$f_{yy}(x, y)$	$f_{xy}(x, y)$	$f_{xx} \cdot f_{yy} - (f_{xy}(x, y))^2$
$(-2, -1)$	2	4	0	$2 \cdot 4 - 0^2 = 8$ "local minimum"

0,5 (Metod)

Svar: Stationary point is  $(-2, -1)$  and it is a "local minimum"

Uppgift nr /

Question no: 5

Poäng / Points

awarded: 2

Lärarens

anteckning

Examiner's remarks:





Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NE6301-0002-00Y

Löpande sidnr  
 Consecutive no:

10

Uppgift nr /  
 Question no: 5

Poäng / Points  
 awarded:

Lärarens  
 anteckning  
 Examiner's remarks:

b)  $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$

$f_x(x, y) = 6x^2 - 6y$

$f_y(x, y) = -6x + 6y$  0,5

$$\left. \begin{aligned} 6x^2 - 6y &= 0 \\ -6x + 6y &= 0 \end{aligned} \right\} \text{De tar ut varandra, } (-6y + 6y)$$

$6x^2 + (-6x) = 0$

$x(6x - 6) = 0$

$x_1 = 0 \quad x_2 = 1$

$x_1 = \underline{0}$   
 $6x^2 - 6y = 0$

$-6y = 0$

$y = \underline{0}$

$(0, 0)$  stationary point

$x_2 = \underline{1}$

$6x^2 - 6y = 0$

$6 \cdot 1^2 - 6y = 0$

$6 - 6y = 0$

$-6y = -6$

$y = \underline{1}$

0,5  $(1, 1)$  stationary point

Häftområde

Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank



b)  $f_{xx}(x,y) = 12x$   
 $f_{yy}(x,y) = 6$   
 $f_{xy}(x,y) = -6$

Stationary point	$f_{xx}(x,y)$	$f_{yy}(x,y)$	$f_{xy}(x,y)$	$f_{xx}(x,y) \cdot f_{yy}(x,y) - (f_{xy}(x,y))^2$
(0,0)	0	6	-6	$0 \cdot 6 - (-6)^2 = -36$ "saddle point"
(1,1)	12	6	-6	$12 \cdot 6 - (-6)^2 = 36$ "local minimum"

0,5

Svar: Stationary point (0,0) is  
 a "saddle point" and stationary  
 point (1,1) is a "local minimum"





NE6301-0002-DDY

12

Uppgift nr /  
Question no: 6

Poäng / Points  
awarded: 1,5

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

6) Substitution method:

$$f(x, y) = 4xy \quad \text{Constraint: } 5x + y = 10$$

$$5x + y = 10$$

$$y = 10 - 5x$$

0,5 (Method)

$$f(x) = 4x(10 - 5x) = 40x - 20x^2$$

$$f'(x) = 40 - 40x$$

$$40 - 40x = 0$$

$$-40x = -40$$

$$x = 1$$

$$y = 10 - 5x$$

$$y = 10 - 5 \cdot 1$$

$$y = \underline{\underline{5}}$$

0,5

$$f(x, y) \dots$$

$$f(1, 5) = 4 \cdot 1 \cdot 5 = \underline{\underline{20}} \quad 0,5$$

Svar: Maximum value of  $f(x, y) = 4xy$   
with the constraint  $5x + y = 10$  is 20



7) a) 1) Antaganden: - Slumpmässigt urval  
 av morötter

- Standardavvikelsen bland morötterna  
 är lika

- Längden på morötterna är  
 normal fördelad

2) Hypotes:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 \quad (\mu = \text{medellängd})$$

$H_a$ : Gödslingsmedlet medför inte samma  
 medellängd bland morötterna ~~0,5~~

3) Teststatistiken

$$F = \frac{MST}{MSE} = \frac{SST/(g-1)}{SSE/(n-g)} \quad SST = \sum (\bar{x}_i - \bar{x}_{tot})^2$$

$$SSE = \sum (x - \bar{x}_i)^2$$

$$n = 21 \quad g = 4$$

$$\bar{x}_1 = \frac{15 + 14 + 16 + 18 + 17}{5} = 16 \quad (\text{Medellängd gödsel 1})$$

$$\bar{x}_2 = \frac{15 + 17 + 19 + 19 + 20}{5} = 18 \quad (\text{Medellängd gödsel 2})$$

$$\bar{x}_3 = \frac{13 + 12 + 12 + 14 + 11 + 10}{6} = 12 \quad (\text{Medellängd gödsel 3})$$





$$\bar{X}_4 = \frac{15 + 13 + 15 + 14 + 16}{5} = \underline{14,6} \quad (\text{Medellängd gäddor 4})$$

$$\bar{X}_{\text{tot}} = \frac{315}{21} = \underline{15} \quad 0,5 \quad (\text{Medellängd total})$$

$$\begin{aligned} \text{SST: } & 5(16-15)^2 + 5(18-15)^2 + 6(12-15)^2 + \\ & 5(14,6-15)^2 = 5 + 45 + 54 + 0,8 = \underline{104,8} \quad 0,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{SSE: } & (15-16)^2 + (14-16)^2 + (16-16)^2 + (18-16)^2 + (17-16)^2 = 10 \\ & (15-18)^2 + (17-18)^2 + (19-18)^2 + (19-18)^2 + (20-18)^2 = 16 \\ & (13-12)^2 + (12-12)^2 + (2-12)^2 + (4-12)^2 + (11-12)^2 + (10-12)^2 = 10 \\ & (15-14,6)^2 + (13-14,6)^2 + (15-14,6)^2 + (14-14,6)^2 + (16-14,6)^2 = 5,2 \\ & = 10 + 16 + 10 + 5,2 = \underline{41,2} \quad 0,5 \end{aligned}$$

Alltså har vi . . .

$$\text{SST} = 104,8$$

$$\text{SSE} = 41,2$$

$$g = 4$$

$$n = 21$$



NE6 B01-0007-DDY

15

 Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank

 Uppgift nr /  
 Question no:

7

 Poäng / Points  
 awarded:

→

 Lärarens  
 anteckning  
 Examiner's remarks:

$$F = \frac{MST}{MSE} = \frac{SST/(g-1)}{SSE/(n-g)}$$

$$F = \frac{\frac{104,8}{(4-1)}}{\frac{41,2}{(21-4)}} \approx \frac{34,93}{2,42} \approx \underline{\underline{14,43}} \quad 0,5$$

$\swarrow$  MST  
 $\nwarrow$  MSE

$$F = 14,43$$

$$\text{Täljare} = 3, \quad \text{Nämnare} = 17$$

$$F_{(3,17)} = 3,20 \quad (\text{enligt } F\text{-tabell}) \quad 0,5$$

$$14,43 > 3,20$$

9. Slutsats:  $\frac{1}{2}$  Darsom  $14,43 > 3,20$  kan

vi förkasta  $H_0$ . I ord: Med en signifikansnivå på 5% kan vi påstå

att smöröfverna inte har samma medellängd när de besprejas av de olika gödningssmedlen

0,5





Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEG301-0002-DDY

Löpande sidnr  
Consecutive no:

16

Häftområde

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank

$$b) CI: (\bar{x}_i - \bar{x}_j) \pm t \cdot \sqrt{MSE \cdot (\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j})}$$

$$df \text{ för } t = n - g, \dots, 21 - 4 = \underline{17}$$

$$t_{17} = 2,11 \text{ (enligt } t\text{-tabell)}$$

$$CI: \mu_1 - \mu_4: (16 - 14,6) \pm 2,11 \cdot \sqrt{2,42 \cdot (\frac{1}{5} + \frac{1}{5})}$$

$$1,4 \pm 2,11 \cdot \sqrt{0,968}$$

$$1,4 \pm 2,08 : [3,48; -0,68]$$

Eftersom intervallet sträcker sig över 0 (dvs. 0 ingår i intervallet) så kan

$\mu_1$  och  $\mu_4$  vara lika

0,5

$$CI: \mu_2 - \mu_4: (18 - 14,6) \pm 2,11 \cdot \sqrt{2,42 \cdot (\frac{1}{5} + \frac{1}{5})}$$

$$3,4 \pm 2,08 : [5,48; 1,32]$$

Intervallet innehåller endast positiva värden vilket innebär att vi kan vara minst 95% säkra att  $\mu_2 > \mu_4$

0,5

Uppgift nr /  
Question no: >

Poäng / Points  
awarded: →

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NE6B01-0007-DDY

Löpande sidnr  
Consecutive no:

17

Uppgift nr /  
Question no:

7

Poäng / Points  
awarded:

5

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

c)  $\mu_1 - \mu_2$  : kan vara lika

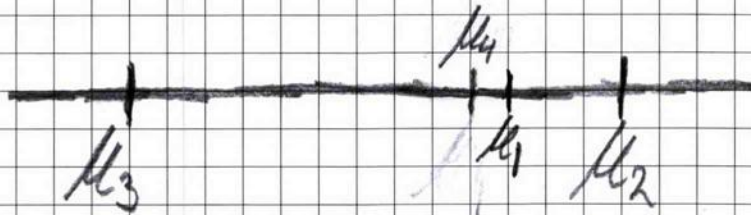
$\mu_1 - \mu_3$  :  $\mu_1 > \mu_3$

$\mu_1 - \mu_4$  : kan vara lika

$\mu_2 - \mu_3$  :  $\mu_2 > \mu_3$

$\mu_2 - \mu_4$  :  $\mu_2 > \mu_4$

$\mu_3 - \mu_4$  :  $\mu_3 < \mu_4$



0.5

Häftområde

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank