

8164617

TENTAMEN / EXAMINATION

Fylls i av **student** / To be completed by the **student**

Skriv anonymiseringskoden på samtliga svarsblad / Write your anonymity code on each sheet		Anonymiseringskod / Anonymity code	
		S T G A 0 1	0 0 0 2 - Z H Z
Provbenämning / Exam name			Oanmäld
Statistik			
Kurskod / Course code	Provkod / Exam code	Tentamensdatum / Examination date	
S T G A 0 1	1 0 0 2	2 0 1 9 - 0 1 - 1 8	
Jag har tagit del av regler som gäller i tentamenssalen / I have read the current exam hall rules		Antal inlämnade blad / Number of sheets	
<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes		1 1	

Fylls i av **skrivvakt** / To be completed by the **invigilator**

Kontroll av legitimation / Identification checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	Härmed intygas att ovanstående kontroller utförts / This is to certify that the above mentioned checks have been carried out
Kontroll av inlämnade blad / Answer sheets checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	
Inlämningstid / Time of submission	1 2 : 3 2	Tydlig sign. / Signature AB

Fylls i av **lärare** / To be completed by the **examiner**

Bedömning av uppgifter / Questions attempted										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	~
7	9.5	5	10	9.5	9					
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	~
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	~
Totalt antal poäng / Total points				Examin. lärare / Kursansvarig signatur / Signature of the examiner						
50				Q.L						
Betyg / Grade				Namnförtydligande / Clarification of the signature						
VG										

8164617

Försättsbladet ska alltid lämnas in även om ingen uppgift behandlats /
Examination should always be submitted even if no questions are answered



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01 - 0002 - ZHZ

Löpande sidnr
Consecutive no:

1

Uppgift nr /
Question no:

1

Poäng / Points
awarded:

7

Lärens
anteckning
Examiner's remarks:

- a) Falskt /R
- b) Falskt /V
- c) Sant /V
- d) Sant /V
- e) Falskt, en statistika /R
- f) Sant /R
- g) Falskt, om oberoende är $P(A) = P(A|B)$ /R
- h) Sant α = signifikansnivån = typ 1 fel /R
- i) Sant /R
- j) Falskt, den blir 0,4116 /R

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Skriv ej i detta område
Leave this area blank



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0002-ZHZ

Löpande sidnr
Consecutive no:

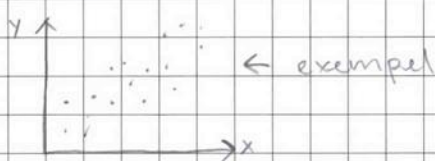
2

Uppgift nr /
Question no:
2

Poäng / Points
awarded:
9,5

Lärens
anteckning
Examiner's remarks:

a) Scatterplot är bäst att använda för att se sambandet mellan 2st kvantitativa variabler.



b) $\hat{y} = a + b x$ $n=11$

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{11 \times 49182 - 621 \times 865}{11 \times 35451 - (621)^2}$$

$$= \frac{541002 - 537165}{389961 - 385641}$$

$$= \frac{3837}{4320} \approx 0,888$$

x	y	x ²	x · y
51	75	2601	3825
52	72	2704	3744
59	82	3481	4838
45	67	2025	3015
61	75	3721	4575
54	79	2916	4266
56	78	3136	4368
67	82	4489	5494
63	87	3969	5481
53	72	2809	3816
60	96	3600	5760
$\Sigma = 621$	865	35451	49182

$$a = \bar{y} - b \bar{x} \quad \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{865}{11} = 78,6364$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{621}{11} = 56,4545$$

$$a = 78,6364 - 0,888 \times 56,4545 = 28,5048$$

Svar: $\hat{y} = a + b x = 28,5048 + 0,888 x$

c) $r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2][n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$

$$= \frac{3837 \leftarrow (\text{från b) uppgiften}}{\sqrt{[11 \times 35451 - (621)^2][11 \times 68665 - (865)^2]}}$$

$$= \frac{3837}{\sqrt{4320 \times 7090}} = \frac{3837}{5534,329228} = 0,693$$

y	y ²
75	5625
72	5184
82	6724
67	4489
75	5625
79	6241
78	6084
82	6724
87	7569
72	5184
96	9216
$\Sigma = 865$	68665

$$r = 0,693 \quad r^2 = 0,693^2 = 0,4807$$



- c) forts. Determinationskoefficienten berättar hur mycket variationen i y-led som påverkas av variationen i x-led

I detta fall är det ca 48% av variationen i y-led som påverkas av x-led

M.a.o 48% av (förändringen i) testresultat i statistik, påverkas av (förändringen i) testresultat i matematik

kan förklaras av

1,5 p

- d) Från c) uppgiften fick vi fram att $r = 0,693$

Korrelationskoefficienten (r) berättar styrkan och riktningen på det linjära sambandet.

$-1 \leq r \leq +1$ Om $r > 0,7$ räknas sambandet som starkt och då vi fick $0,693$ kan sambandet mellan testresultat i statistik och testresultat i matte ses som nästan starkt positivt linjärt samband

/R /R /R

2 p

$$e) \quad x = 51 \rightarrow \hat{y} = 28,5048 + 0,888 \times 51$$

$$= 28,5048 + 45,288 = 73,7928$$

$$\rightarrow y = 75 \text{ (sett från tabell)}$$

$$\text{residual} = y - \hat{y} = 75 - 73,7928 = 1,2072$$

/R

1 p

$$f) \quad \hat{y} = 28,5048 + 0,888 \times 52 = 28,5048 + 46,176 = 74,6808$$

Studenten förväntas ha ca 74 rätt i statistik

/R

1 p

 Uppgift nr /
 Question no:
 2

 Poäng / Points
 awarded:

 Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0002-ZHZ

Löpande sidnr
Consecutive no:

4

a) väntevärde = $E(x) = \mu$

$$\mu = \sum x \cdot P(x)$$

$$\mu = -2$$

↑
populationsmedelvärde

x	P(x)	x · P(x)
-20	0,4	-8
0	0,35	0
10	0,2	2
80	0,05	4
		$\Sigma = -2$

Uppgift nr /
Question no:
3

Poäng / Points
awarded: 5

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

b) Den förväntade nettovinsten i spel är -2
(vilket spel, alltid har, annars skulle dom gå back)
✓ Ja, men vad meens med det?

c) σ = populationsstandardavvikelse

$$\sigma^2 = \sum (x - \mu)^2 \cdot P(x)$$

$$\sigma^2 = 494,6$$

$$\sigma = \sqrt{494,6} = 22,24$$

x	(x-μ)	(x-μ) ²	(x-μ) ² · P(x)	
-20	-18	324	129,6	0,4
0	0	0	0	0,35
10	12	144	28,8	0,2
80	82	6724	336,2	0,05
				$\Sigma = 494,6$

d) $n = 36$ ✓ $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{-20 + 0 + 10 + 80}{36} = \frac{70}{36} = 1,94$

e) $S^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{(-20-1,94)^2 + (0-1,94)^2 + (10-1,94)^2 + (80-1,94)^2}{4-1}$

$$= \frac{481,36 + 3,76 + 64,96 + 6093,36}{3} = \frac{6643,44}{3} = 2214,48$$

$$S = \sqrt{2214,48} = 47,058$$

f) $P(\bar{x} > 0) = P(10) \times P(80) = 0,2 + 0,05 = 0,01$ ✓ ← för 1 gång

$n > 30$ därför kan stickprovet antas approximativt normalfördelat
✓ stickprovsmedelvärde

✓ $\bar{x} \sim \text{Bin}(n=36, p=0,01)$

$\mu = n \cdot p = 36 \cdot 0,01 = 0,36$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{36 \cdot 0,01 \cdot 0,99} = 0,59699$



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

JTGA01-0002 -2HZ

Löpande sidnr
 Consecutive no:

5

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

Då \bar{X} är ett stickprov $\rightarrow \sigma = \frac{0,5969}{\sqrt{36}} = 0,0995$ *0,5* \checkmark σ är beräknat i *c-uppgiften*

Vilket resulterar i $\bar{X} \sim N(\mu = 0,36, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,0995)$ \checkmark μ är beräknat i *a-uppgiften*

$$P(\bar{X} > 0) = P\left(Z > \frac{0 - 0,36}{0,0995}\right) = P(Z > -3,618) = 1 - P(Z < -3,618) = 1 - 0,0002 = 0,9998$$

0,5

Sannolikheten att $\bar{X} > 0$ vid 36 spel är $\approx 99,98\%$

g) $P(\bar{X} > 0) = P(10) \times P(80) = 0,2 \times 0,05 = 0,25$ |

Sannolikheten om man spelar 1 gång är 25%

Uppgift nr /
 Question no:
 3

Poäng / Points
 awarded:

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:



S = Dan äter smörgås
 I = Dan är irriterad

S^c = Dan äter filmjölk
 I^c = Dan är inte irriterad

Jag antar Σ dagar = 100

	S	S^c	
I	a2) 6	4	10
I^c	54	a3) 36	90
	60	a1) 40	$\Sigma = 100$

a1) $P(S^c) = 0,4 = 0,4 \times 100 = 40$

a2) $P(S \text{ och } I) = 0,06 = 0,06 \times 100 = 6$

a3) $P(S^c \text{ och } I^c) = 0,36 = 0,36 \times 100 = 36$

b) $P(I) = \frac{10}{100} = 0,1 \quad \frac{P(I)}{\Sigma}$

c) $P(S^c \text{ och } I) = \frac{4}{100} = 0,04 \quad \frac{P(S^c \text{ och } I)}{\Sigma}$

d) $P(I \text{ eller } S) = \frac{54 + 6 + 4}{100} = 0,64 \quad P(I^c \text{ och } S) + P(I \text{ och } S) + P(I \text{ och } S^c)$

e) $P(I | S) = \frac{6}{60} = 0,1 \quad \frac{P(I \text{ och } S)}{P(S)}$

f) Om $P(I \text{ och } S) = P(I) \times P(S)$ så är dom oberoende:

$$P(I \text{ och } S) = 0,06 \leftarrow \text{från a2)}$$

$$P(I) = 0,1 \leftarrow \text{från b)}$$

$$P(S) = \frac{60}{100} = 0,6$$

$$0,06 = 0,1 \times 0,6$$

$$0,06 = 0,06$$

Svar $P(I \text{ och } S) = P(I) \times P(S)$ och då är händelserna oberoende

R



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01 - 0002 - ZHZ

Löpande sidnr.
Consecutive no:

7

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

a) konfidensintervall på kvantitativ variabel $\rightarrow \bar{x} \pm t \times \frac{s}{\sqrt{n}}$

vi använder t-tabell då vi inte vet σ

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{180 + 200 + 185 + 205 + 190}{5} = \frac{960}{5} = 192$$

$$df = n - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{(180 - 192)^2 + (200 - 192)^2 + (185 - 192)^2 + (205 - 192)^2 + (190 - 192)^2}{5 - 1}$$

$$= \frac{144 + 64 + 49 + 169 + 4}{4} = \frac{430}{4} = 107,5$$

$$s = \sqrt{107,5} = 10,368$$

$$\bar{x} \pm t \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 192 \pm 2,78 \times \frac{10,368}{\sqrt{4}} = 192 \pm 2,78 \times 5,184$$

$$= 192 \pm 14,41152$$

$$192 - 14,41152 = 177,58848$$

$$192 + 14,41152 = 206,41152$$

$$(177,58848 : 206,41152) \checkmark$$

Med 95% säkerhet ligger basketspelarnas genomsnittslängd mellan 178 cm och 206 cm

Ok!

b) ① Antaganden:
 × Kategorisk variabel
 × Slumpmässigt urval
 × Populationen är normalfördelad (enligt a)

② Hypoteser: $H_0: p = 0,5$

$H_1: p > 0,5$

③ Teststatistika: \hat{p} = andelen som dricker = $\frac{3}{5} = 0,6$

$$n = 5 \quad z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0,6 - 0,5}{\sqrt{\frac{0,5 \times 0,5}{5}}} = \frac{0,1}{\sqrt{0,05}} = 0,4472$$

✓ i stickprovet



④ P-värde $P(P > 0,5)$

$$P(Z > 0,4472) = 1 - P(Z < 0,4472)$$

$$= 1 - 0,6736 = 0,3264$$

⑤ Beslut: Då p-värdet (0,3264) > signifikansnivån (0,1)

så kan vi inte förkasta H_0 och vi har

inte stöd för att andelen av alla

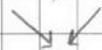
spelare som dricker sportdryck överstiger 50%

c) Ett typ II fel innebär att man inte förkastar H_0 när H_0 är falsk, vilket betecknas β (beta) och är motsatsen till styrkan, dvs sannolikheten att förkastar H_0 när H_0 är falsk ($1-\beta$)

d) Ett typ I fel innebär att man förkastat H_0 när H_0 är sann, vilket är samma sak som signifikansnivån och betecknas α (alfa)



a) maskin 1: 47, 51, 59, 63



$$\frac{51 + 59}{2} = 55$$

Median = 55 mm
0,5

maskin 2: 44, 46, 47, 52, 56

Median: 47 mm
0,5

b) Kvartilavstånd = IQR = $Q_3 - Q_1$

maskin 1: 47, 51, 59, 63

$$49 = \frac{47 + 51}{2} = Q_1 \quad Q_2 = 55 \quad Q_3 = \frac{59 + 63}{2} = 61$$

$Q_1 = 49$

$Q_2 = 55$

$Q_3 = 61$

IQR = $61 - 49 = 12$

Kvartilavstånd = 12

maskin 2: 44, 46, 47, 52, 56

$$45 = \frac{44 + 46}{2} = Q_1 \quad Q_2 = 47 \quad Q_3 = \frac{52 + 56}{2} = 54,5$$

$Q_1 = 45$

$Q_2 = 47$

$Q_3 = 54,5$

IQR = $54,5 - 45 = 9,5$ (slant)

0,5

Kvartilavstånd = 9,5

c) ① Antaganden

- 0,5** x Två kvantitativa variabler
- x Slumpmässiga stickprovsurval
- x Normalfördelade stickprov ~~populationer~~

② Hypoteser:

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_A: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ ← chefen antar

③ Teststatistika: $t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - 0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$

0,5

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n} = \frac{59 + 63 + 51 + 47}{4} = \frac{220}{4} = 55$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{n} = \frac{56 + 52 + 46 + 44 + 47}{5} = \frac{245}{5} = 49$$



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0002-ZHZ

Löpande sidnr
 Consecutive no:

10

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

forts ③
$$s_1^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_1)^2}{n_1 - 1} = \frac{(59-55)^2 + (63-55)^2 + (51-55)^2 + (47-55)^2}{4-1}$$

$$= \frac{16 + 64 + 16 + 64}{3} = \frac{160}{3} = 53,33 \quad 0,5$$

$$s_2^2 = \frac{\sum (x_j - \bar{x}_2)^2}{n-1} = \frac{(56-49)^2 + (52-49)^2 + (46-49)^2 + (44-49)^2 + (47-49)^2}{5-1}$$

$$= \frac{49 + 9 + 9 + 25 + 4}{4} = \frac{96}{4} = 24 \quad 0,5$$

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - 0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{(55-49) - 0}{\sqrt{\frac{53,33}{4} + \frac{24}{5}}} = \frac{6}{\sqrt{18,1325}} = 1,409 \quad 0,5$$

Jag anser att n_1 och n_2 är nära, men inte s_1 och s_2 och kommer därför beräkna frihetsgrader $\rightarrow df = n_1 - 1 = 3$
 $(df = n_2 - 1 = 4)$

$t = 1,409$ och $df = 3$

④ P-värde enligt t-tabellen ligger p-värdet över en signifikansnivå på 0,2 (dubbelsidigt)
 $0,2$ i tabell = 1,64
 $0,1$ i tabell = 2,35
 $1,409$ ligger över dessa vid $df = 3$

⑤ Beslut då p-värdet (~~1,409~~) ligger långt över $\alpha = 0,05$ kan vi inte förkasta H_0 och har då inte stöd för att maskinerna inte klipper lika långa bitar $0,5$
 Hade jag använt $df = n_1 + n_2 - 2 = 7$ hade mitt t ändå hamnat precis över $\alpha = 0,2$

d) Antagandena och hypoteserna är samma som i c)

③ Teststatistika: antagande om lika spridning

$$s_c = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \quad \text{där } s = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

$$s = \sqrt{\frac{(4-1)53,33 + (5-1)24}{4+5-2}} = \sqrt{\frac{159,99 + 96}{7}} = \sqrt{\frac{255,9}{7}} = 6,047 \quad 0,5$$

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0002-ZHZ

Löpande sidnr
Consecutive no:

11

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - 0}{\sqrt{\frac{s^2}{n_1} + \frac{s^2}{n_2}}} = \frac{(55 - 49) - 0}{\sqrt{\frac{36,57}{4} + \frac{36,57}{5}}} = \frac{6}{\sqrt{16,4565}} = 1,479$$

0,5

$$s^2 = 6,047^2 = 36,57 \quad df = 4 + 5 - 2 = 7$$

④ P-värde

$$\alpha = 0,05$$

$$t = 1,479$$

$$\alpha 0,2 \text{ i tabell} = 1,41$$

$$\alpha 0,1 \text{ i tabell} = 1,89$$

p-värdet ligger mellan 0,2 och 0,1
✓ t = 1,479 ligger över
vid df = 7

⑤ Beslut

då P-värdet ligger över 0,2 i α
så kan vi fortfarande inte förkasta H_0
och vi har inte stöd för att maskinerna
klipper olika långa Litar. 0,5

Uppgift nr /
Question no:

6

Poäng / Points
awarded:

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks: