



TENTAMEN / EXAMINATION



12307683

Fylls i av **student** / To be completed by the **student**

Skriv anonymiseringskoden på samtliga svarsblad / Write your anonymity code on each sheet		Anonymiseringskod / Anonymity code	
		S T G A 0 1 - 0 1 0 3 - H S 0	
Provbenämning / Exam name			Oanmäld
Skriftlig tentamen			
Kurskod / Course code	Modul / Module	Tentamensdatum / Examination date	
S T G A 0 1	1 0 0 2	2 0 2 2 - 0 1 - 1 4	
Jag har tagit del av regler som gäller vid tentamen / I have read the current rules for examinations		Antal inlämnade blad med anonymiseringskod / Number of sheets with anonymity code	
<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes		8 ✓	

Fylls i av **skrivvakt** / To be completed by the **invigilator**

Kontroll av legitimation / Identification checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	Härmed intygas att kontroller utförts / This is to certify that the checks have been carried out
Kontroll av inlämnade blad / Answer sheets checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	
Inlämningstid / Time of submission	17:41	Tydlig sign. / Signature FB

Fylls i av **lärare** / To be completed by the **examiner**

Bedömning av uppgifter / Questions attempted										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	~
10	10	7,5	9,5	9,5	9,5					
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	~
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	~
Totalt antal poäng / Total points					Examin. lärare / Kursansvarig signatur / Signature of the examiner					
56					AW					
Betyg / Grade					Namnförtydligande / Clarification of the signature					
VG										

12307683



Försättsbladet ska alltid lämnas in även om ingen uppgift behandlats /
Examination should always be submitted even if no questions are answered



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0103-HSD

Löpande sidnr
Consecutive no:

1

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

a) Medelvärde

$$\frac{529 + 314 + 504 + 619 + 428 + 468 + 454 + 607}{8}$$

$$\mu = 490,375$$

0,5

Uppgift nr /
Question no: 1

Poäng / Points
awarded:

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

b) Genomsnittlig total månadsinkomst = förklarande
variabel X
Antal kunder för restaurangen = beroende
variabel Y

X	Y	XY	X ²	Y ²	
55	529	29095	3025	279841	
37	314	11618	1369	98596	
60	504	30240	3600	254016	
66	614	40854	4356	383161	
63	428	26964	3969	183184	
39	468	18252	1521	219024	
55	454	24970	3025	206116	
43	607	26101	1849	368449	
Σ	418	3923	208094	22714	1992387

2,5

Minsta kvadratmetoden = $\hat{y} = a + bx$ ger:

$$b = \frac{8 \cdot 208094 - 418 \cdot 3923}{8 \cdot 22714 - 418^2} = \frac{24938}{6988} \approx 3,5687$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} \quad \text{där} \quad \bar{y} = \frac{3923}{8} = 490,375 \quad \bar{x} = \frac{418}{8} = 52,25$$

$$a \text{ blir då } 490,375 - 3,5687 \cdot 52,25 \approx 303,9104$$

$$\text{Linjens ekvation: } \hat{y} = 303,91 + 3,5687 \cdot x$$

Sätt in 48 i ekvationen ger:

$$303,91 + 3,5687 \cdot 48 = 475,2076$$

0,5

1



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STG101-0103-HSD

Löpande sidnr
 Consecutive no:

2

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

c) Korrelationskoefficienten r :

0,5

Uppgift nr /
 Question no: 1

Poäng / Points
 awarded:

10

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:

$$r = \frac{8 \cdot 208094 - 418 \cdot 3923}{\sqrt{(8 \cdot 22714 - 418^2) \cdot (8 \cdot 1992387 - 3923^2)}}$$

$$r = \frac{24938}{\sqrt{6988 \cdot 549167}} \approx 0,40256$$

Determinationskoefficient $= r^2 = 0,1626$

Svar: Vi har tillgång till skattningen ur medelvärdet av samtliga 8 butikers kundantal vilket var 490,375 samt värdet hämtat ur korrelationskoefficienten och beräknat för månadsinkomsten 48 tkr.

Korrelationskoefficienten blev ca 0,40 vilket är mindre än 0,7. Tumregeln säger att ett r-värde som är mindre än 0,7 innebär ett svagt linjärt samband mellan de två variablerna. Jag valde även att beräkna determinationskoefficienten r^2 som anger att ca 16% av variationen i kundantal kan förklaras av variationen i månadsinkomst och resten består av utomstående faktorer. Det är därför svårt att avgöra men eftersom korrelationskoefficienten värderar både variabeln besökare och årsinkomst skulle jag föredra den skattningen på 4175.



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01 - 0103 - HSD

Löpande sidnr
 Consecutive no:

3

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

a¹) $P(A) = 0,33$

a²) $P(A|B) = 0,65$

a³) $P(B) = 0,505$

	fusk	inte fusk	
	A	A ^c	
Republiker	325	175	500
Demokrater	5	495	500
	330	670	1000

0,5

1

0,5

Uppgift nr /
 Question no: 2

Poäng / Points
 awarded: 10

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:

b) $P(A \text{ och } B) = \frac{325}{1000} = 0,325$

ca 32,5% av invånarna är republikaner som anser fusk 2

c) $P(A|B^c) = \frac{5}{500} = 0,01$

1% av demokraterna anser att Biden vann med fusk 2

d) $P(B|A) = \frac{325}{330} \approx 0,985$

ca 98,5% av de som anser att Biden vann med fusk är republikaner 2

e) $P(B^c \text{ eller } A^c) = \frac{175 + 495 + 5}{1000} = 0,675$

2

Svar: 67,5% av invånarna är antingen demokrater eller personer som anser att Biden vann utan fusk. Dessa 67,5% borde vara nöjda med valet



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0103-HSD

Löpande sidnr
 Consecutive no:

4

Häftområde

Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

a) Det finns 6 möjliga utfall vid varje kast
 dvs $\frac{1}{6} = 0,167$

Uppgift nr /
 Question no: 3

Poäng / Points
 awarded: →

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:

Möjliga utfall 2 kast | Medelresultat 0,5

Kast 1	Kast 2	Medelresultat
1	1	1
1	2	1,5
1	3	2
1	4	2,5
1	5	3
1	6	3,5
2	1	1,5
2	2	2
2	3	2,5
2	4	3
2	5	3,5
2	6	4
3	1	2
3	2	2,5
3	3	3
3	4	3,5
3	5	4
3	6	4,5
4	1	2,5
4	2	3
4	3	3,5
4	4	4
4	5	4,5
4	6	5
5	1	3
5	2	3,5
5	3	4
5	4	4,5
5	5	5
5	6	5,5
6	1	3,5
6	2	4
6	3	4,5
6	4	5
6	5	5,5
6	6	6

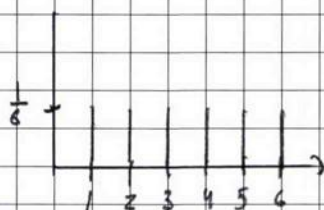
Det finns 15 möjliga utfall av 36 totalt där medelresultatet blir 4 eller mer. Detta ger en sannolikhet på $\frac{15}{36} = 0,41666\dots$
 Jag definierar en slumpvariabel för medelresultatet X sannolikheten att $X \geq 4$ är då $0,4166\dots$ eller ca 41,67% 0,5

36 utfall



b) Från uppgift 1 Vi har en symmetrisk populations-fördelning (alla värden på X har lika stor sannolikhet)

X	$P(X)$
1	$\frac{1}{6}$
2	$\frac{1}{6}$
3	$\frac{1}{6}$
4	$\frac{1}{6}$
5	$\frac{1}{6}$
6	$\frac{1}{6}$



Då kan vi normalapproximera samplingsfördelningen för \bar{X} trots att $n=10$

$$\mu = (1 \cdot \frac{1}{6}) + (2 \cdot \frac{1}{6}) + (3 \cdot \frac{1}{6}) + (4 \cdot \frac{1}{6}) + (5 \cdot \frac{1}{6}) + (6 \cdot \frac{1}{6}) = 3,5 \quad 0,5$$

$$\sigma^2 = (1-3,5)^2 \cdot \frac{1}{6} + (2-3,5)^2 \cdot \frac{1}{6} + (3-3,5)^2 \cdot \frac{1}{6} + (4-3,5)^2 \cdot \frac{1}{6} + (5-3,5)^2 \cdot \frac{1}{6} + (6-3,5)^2 \cdot \frac{1}{6}$$

$$\sigma^2 = 1,5348 \quad \text{per förlägg} \quad \sqrt{\sigma^2} = 1,2389 \quad \sigma^2 = 2,916 \quad \sigma = 1,708$$

Vi har då normalfördelningen $\bar{X} \sim N(3,5, \frac{1,2389}{\sqrt{10}})$ 1,5

Vi vill veta sannolikheten att $\bar{X} \geq 4$ dvs $P(\bar{X} \geq 4)$

$$\text{Beräkning: } P(Z \geq \frac{4-3,5}{\frac{1,2389}{\sqrt{10}}}) \approx Z \geq 1,28 \quad 0,5$$

$$\text{Ur normalfördelningstabellen} = Z \geq 0,8997 \quad 1,708$$

$$1 - 0,8997 \approx 0,1003 \quad 0,93$$

Sannolikheten att medelresultatet blir 4 eller mer på 10 kast är ca 10%

$$\mu = \sum x P(x)$$

$$\sigma^2 = \sum (x - \mu)^2 \cdot P(x)$$



a) Andelen p ur stichprovs andelen \hat{p} $n = 8$ 0,5

NY slumpvariabel \hat{Y} = andelen 6or i ett stichprov

6or(x)	\hat{p}	$P(x)$
0	0,00	
1	0,125	
2	0,25	
3	...	
4	...	
5	...	
6	...	
7	...	
8	...	

Sannolikheter att lyckas i varje försök $\frac{1}{6}$ 0,5 $\frac{n}{N} > 0,1$ (antag oändlig)
0,5 Population
 = Binomial situation

$P(0) = 8 \cdot C_0 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^8 \approx 0,2318$?

$P(1) = 8 \cdot C_1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0,3718$?

$P(2) = 8 \cdot C_2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^6 \approx 0,2609$?

Svar: Sannolikheter att andelen sexor blir 25% eller mindre är samma som $P(0) + P(1) + P(2)$ då 2 sexor är $\hat{p} = 25\%$. Sannolikheter är $0,2318 + 0,3718 + 0,2609 \approx 0,8645$ så ca 86% sannolikhet att andelen sexor blir 25% eller mindre.

b) Här har vi ett större stichprov på $n = 100$ 0,5
 Sannolikhet en att få en sexa = $p = 0,167$ ($\frac{1}{6}$) 0,5
 $n \cdot p = 16,7 > 15$ 0,5 och $n \cdot (1-p) = 100 \cdot 0,833 = 83,3 > 15$

Kriterierna för att approximera bin till en normalfördelning för att spara tid är uppfyllda 0,5

$\hat{p} \sim N\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$ ger $\hat{p} \sim N(0,167, 0,03729)$ 0,5 0,5 0,5

Beräkna sannolikheter att andelen sexor blir 25% eller mindre, dvs $P(\hat{p} \leq 0,25) = P\left(Z \leq \frac{0,25 - 0,167}{0,03729}\right)$ 0,5
 $\approx Z \leq 2,23$ | ur tabell = $p = 0,9871$ |

Svar: Sannolikheter att andelen sexor blir 25% eller mindre om jag kastar en tärning 100 gånger är ca 98,71%

Uppgift nr /
 Question no: 4

Poäng / Points
 awarded: 9,5

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA01-0103-HSD

Löpande sidnr
Consecutive no:

7

Häftområde

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

a) Antaganden: Kvantitativ variabel (längd) i två populationer. Slumpmässigt urval av individer. Samplingfördelningen för stickprovsmedelvärderna är ungefär normalfördelad eftersom variabeln längd är normalfördelad i populationen.

$$\text{Land 1: } \bar{X}_1 = \frac{176,3 + 162,4 + 183,5 + 167,7 + 172,6}{5} = 172,5$$

$$s_1^2 = \frac{(176,3 - 172,5)^2 + (162,4 - 172,5)^2 + (183,5 - 172,5)^2 + (167,7 - 172,5)^2 + (172,6 - 172,5)^2}{5 - 1}$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{260,5}{4}} = 8,070 \quad n_1 = 5$$

$$\text{Land 2: } \bar{X}_2 = \frac{(169,3 + 178,1 + 171,5 + 182,2 + 168,9)}{5} = 174$$

$$s_2^2 = \frac{(169,3 - 174)^2 + (178,1 - 174)^2 + (171,5 - 174)^2 + (182,2 - 174)^2 + (168,9 - 174)^2}{5 - 1}$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{138,4}{4}} = 5,882 \quad n_2 = 5$$

95% konfidensintervall formel: $\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \pm t \cdot \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$

$$df = 5 + 5 - 2 = 8 \text{ ger } t = 2,31$$

$$\text{Övre gräns} = -1,5 + 2,31 \cdot 4,465933 \approx 8,81631$$

$$\text{Nedre gräns} = -1,5 - 2,31 \cdot 4,465933 \approx -11,81631$$

Svar: Med 95% säkerhet finns skillnaden i medellängd mellan populationerna i land 1 jämfört med land 2 mellan 8,8163 cm och -11,8163 cm

c) De två hypoteserna jag skulle onvänt hade varit

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ och $H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ Jag hade onvänt signifikansnivå 5% (0,05) i mitt hypotes-test

Eftersom jag utifrån resultatet i uppgift a med 95% säkerhet vet att skillnaden mellan μ_1 och μ_2 finns i ett intervall där 0 finns hade jag inte förkastat nollhypotesen då jag inte säkert (95%) vet att det finns någon skillnad mellan de två ländernas medellängder. Alltså på 5% signifikansnivå förkastar jag inte H_0 då data ej ger stöd för detta.

1,5

Uppgift nr /
Question no: 5

Poäng / Points
awarded: 9,5

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

1,5

1

1,5

1,5

2,5



① Antaganden: Kategorisk variabel 'äsiht kärnkraft' samt 'landstillhörighet'. Slumpmässigt urval. Samplingfördelningen för stichprovandelarna är normalfördelad om minst 10 i varje 'förväntat cell'

Uppgift nr /
 Question no: 6

Poäng / Points
 awarded: 9,5

Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:

② Hypoteser

H_0 : Variablerna 'äsiht kärnkraft' och 'landstillhörighet' är oberoende

H_a : Det finns ett samband (association) mellan variablerna

③ Teststatistika

Land äsiht	Observerat			Förväntat (Beräknat ur Rad tot x kolumn tot tot urval)
	A	B	C	
Bjgsvt	102	95	89	281
Behäll	63	39	42	144
Avveckl	28	47	70	145
	193	181	196	570

$$\chi^2 = \sum \frac{(\text{Observerat} - \text{Förväntat})^2}{\text{Förväntat}}$$

$$\chi^2 = \frac{(102 - 95,1)^2}{95,1} + \frac{(95 - 89,2)^2}{89,2} + \frac{(89 - 96,6)^2}{96,6} + \frac{(63 - 48,8)^2}{48,8} + \frac{(39 - 45,5)^2}{45,5} + \frac{(42 - 49,5)^2}{49,5} + \frac{(28 - 49,1)^2}{49,1} + \frac{(47 - 46,0)^2}{46,0} + \frac{(70 - 49,9)^2}{49,9} \approx 25,90369$$

$df = (3-1) \times (3-1) = 4$

④ P-värde. Ur χ^2 -fördelningen är $\chi^2 > 14,860$ vilket innebär att $p(\chi^2) < 0,005$

⑤ Slutsats: Eftersom p-värdet $< 0,05$ förkastas H_0 på 5% signifikansnivå. Med andra ord så väser vi påstå att det finns ett samband (association) mellan variablerna "äsiht kärnkraft" och "landstillhörighet" på 5% signifikansnivå.