



TENTAMEN / EXAMINATION



8164617

Fylls i av **student** / To be completed by the **student**

Skriv anonymiseringskoden på samtliga svarsblad / Write your anonymity code on each sheet		Anonymiseringskod / Anonymity code	
N E G B 0 1		- 0 0 3 1 - R F O	
Provbenämning / Exam name			Oanmäld
Nationalekonomi - fortsättningskurs			
Kurskod / Course code	Provkod / Exam code	Tentamensdatum / Examination date	
N E G B 0 1	1 0 0 0	2 0 2 0 - 0 2 - 1 4	
Jag har tagit del av regler som gäller i tentamenssalen / I have read the current exam hall rules		Antal inlämnade blad / Number of sheets	
<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes		1 1 1 ✓	

Fylls i av **skrivvakt** / To be completed by the **invigilator**

Kontroll av legitimation / Identification checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	Härmed intygas att ovanstående kontroller utförts / This is to certify that the above mentioned checks have been carried out
Kontroll av inlämnade blad / Answer sheets checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	
Inlämningstid / Time of submission	1 1 : 3 3	Tydlig sign. / Signature

Fylls i av **lärare** / To be completed by the **examiner**

Bedömning av uppgifter / Questions attempted										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	~
3	5	4	1	1,5	5					
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	~
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	~
Totalt antal poäng / Total points				Examin. lärare / Kursansvarig signatur / Signature of the examiner						
19,5				D.L.						
Betyg / Grade				Namnförtydligande / Clarification of the signature						
VG										

8164617



Försättsbladet ska alltid lämnas in även om ingen uppgift behandlats /
Examination should always be submitted even if no questions are answered



$$1 a) 3x^2 - 12x - 231 = 0$$

$$a + bx + cx^2 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c}$$

$$a = -231$$

$$b = -12$$

$$c = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} a = -231 \\ b = -12 \\ c = 3 \end{array} \right\} x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot (-231) \cdot 3}}{2 \cdot 3}$$

$$x = 2 \pm \frac{\sqrt{2916}}{6}$$

$$x = 2 \pm 9 \quad \boxed{x_1 = -7} \quad \boxed{x_2 = 11}$$

$$1 b) \ln(6x^3) + \ln(3) = \ln(x^2) + \ln(27)$$

$$\ln(6x^3) = \ln 6 + 3\ln x = \ln 3 + \ln 2 + 3\ln x$$

$$\ln(x^2) = 2\ln x$$

$$\ln(27) = \ln 3 + \ln 3 + \ln 3$$

$$\cancel{\ln 3} + \ln 2 + 3\ln x + \ln 3 = 2\ln x + \ln 3 + \cancel{\ln 3} + \ln 3$$

$$\ln 2 + 3\ln x = 2\ln x + \ln 3$$

$$3\ln x - 2\ln x = \ln 3 - \ln 2$$

$$\ln x = \ln(3/2)$$

$$\boxed{x = 3/2 = 1,5}$$

$$1 c) \left. \begin{array}{l} 4x - 10y = 26 \\ 4x + 3y = 25 \end{array} \right\} \cdot 3 \rightarrow 42x - 30y = 78$$

$$\cdot 10 \rightarrow 40x + 30y = 250$$

$$(42x - 30y) + (40x + 30y) = 78 + 250$$

$$82x + 0y = 328$$

$$\boxed{x = 4} \quad (328/82)$$

$$14 \cdot 4 - 10y = 26 \quad 56 = 26 + 10y \quad 30 = 10y \quad \boxed{y = 3}$$

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01-0031-RFO

Löpande sidnr
Consecutive no:

2

Uppgift nr /
Question no: 2

Poäng / Points
awarded: 5

Lärens
anteckning
Examiner's remarks:

$$2a) f(x) = 10e^{5x} - 2x^2 + x^{-4} + \sqrt{x} \quad \sqrt{x} = x^{1/2}$$

$$f'(x) = 5 \cdot 10e^{5x} - 4x - 4x^{-5} + \frac{1}{2}x^{-1/2}$$

$$f'(x) = 50e^{5x} - 4x - \frac{4}{x^5} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$2b) g(x) = x^2 \cdot e^{8x}$$

Produktregeln:

$$g(x) = f(x) \cdot h(x) \rightarrow g'(x) = f'(x) \cdot h(x) + f(x) \cdot h'(x)$$

$$f(x) = x^2 \rightarrow f'(x) = 2x$$

$$h(x) = e^{8x} \rightarrow h'(x) = 8e^{8x}$$

$$g'(x) = 2x \cdot e^{8x} + x^2 \cdot 8e^{8x}$$

$$g'(x) = 2xe^{8x} + 8x^2e^{8x}$$

$$g'(x) = 2xe^{8x}(1+4x)$$

$$2c) h(t) = (t^2 + 5t + 1)^4 \quad \text{Kedjeregeln:}$$

$$h(t) = f(g(t)) \rightarrow h'(t) = f'(g(t)) \cdot g'(t)$$

$$f'(g(t)) = 4(t^2 + 5t + 1)^3$$

$$g'(t) = 2t + 5$$

$$h'(t) = 4(t^2 + 5t + 1)^3 \cdot (2t + 5) = (8t + 20)(t^2 + 5t + 1)^3$$

$$2d) k(x) = \ln(x^3 + 2x^2 + 1)$$

$$k'(x) = \frac{1}{(x^3 + 2x^2 + 1)} \cdot 3x^2 + 4x = \frac{3x^2 + 4x}{x^3 + 2x^2 + 1}$$

2e) →



$$2e) \quad w(z) = \frac{1+z^2}{2-z^3}$$

Kvotregeln:

$$w(z) = \frac{f(z)}{g(z)} \rightarrow w'(z) = \frac{f'(z) \cdot g(z) - f(z) \cdot g'(z)}{(g(z))^2}$$

$$f(z) = 1+z^2 \rightarrow f'(z) = 2z$$

$$g(z) = 2-z^3 \rightarrow g'(z) = -3z^2$$

$$w'(z) = \frac{2z \cdot (2-z^3) - (1+z^2) \cdot (-3z^2)}{(2-z^3)^2}$$

$$w'(z) = \frac{(4z - 2z^4) - (-3z^2 - 3z^4)}{4 - 4z^3 + z^6}$$

$$w'(z) = \frac{4z - 2z^4 + 3z^2 + 3z^4}{4 - 4z^3 + z^6}$$

$$w'(z) = \frac{4z + z^4 + 3z^2}{4 - 4z^3 + z^6} = \frac{z(4 + z^3 + 3z)}{4 - 4z^3 + z^6} = \frac{z(4 + z^3 + 3z)}{(2 - z^3)^2}$$


 Skriv ej i detta område
 Leave this area blank

$$3a) g(x) = x^4 - \frac{4x^3}{3} - 4x^2 + 5$$

$$g'(x) = 4x^3 - 4x^2 - 8x$$

$$g'(x) = x(4x^2 - 4x - 8) \quad 0,5 \rightarrow 0 \cdot (4 \cdot 0^2 - 4 \cdot 0 - 8) = 0 \cdot (-8) = 0$$

$$g'(x) = 0 \text{ när } x = 0 \text{ och/eller } 4x^2 - 4x - 8 = 0$$

$$4x^2 - 4x - 8 = 0$$

$$x = \frac{4}{2 \cdot 4} \pm \frac{\sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-8)}}{2 \cdot 4} = 0,5 \pm \frac{\sqrt{144}}{8}$$

$$x = 0,5 \pm 1,5 \quad \boxed{x_1 = -1} \quad \boxed{x_2 = 2} \quad \boxed{x_3 = 0} \text{ (se ovan)} \quad 0,5$$

$$g''(x) = 12x^2 - 8x - 8 \quad 0,5$$

$$g''(-1) = 12 \cdot (-1)^2 - 8 \cdot (-1) - 8 = 12 \quad 12 > 0 \rightarrow \text{minimipunkt}$$

$$g''(0) = 12 \cdot 0^2 - 8 \cdot 0 - 8 = -8 \quad -8 < 0 \rightarrow \text{maximipunkt}$$

$$g''(2) = 12 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 - 8 = 24 \quad 24 > 0 \rightarrow \text{minimipunkt} \quad 0,5$$

$$g(-1) = (-1)^4 - \frac{4 \cdot (-1)^3}{3} - 4 \cdot (-1)^2 + 5 = \frac{10}{3} \quad \left(-1, \frac{10}{3}\right)$$

$$g(0) = 0^4 - \frac{4 \cdot 0^3}{3} - 4 \cdot 0^2 + 5 = 5 \quad (0, 5)$$

$$g(2) = 2^4 - \frac{4 \cdot 2^3}{3} - 4 \cdot 2^2 + 5 = -\frac{17}{3} \quad \left(2, -\frac{17}{3}\right)$$

 Uppgift nr /
 Question no: 3

 Poäng / Points
 awarded: 4

 Lärarens
 anteckning
 Examiner's remarks:



$$3b) f(x,y) = 3x^2 + 4xy - 10x - 2y^2 - 20y$$

$$f_x(x,y) = 6x + 4y - 10$$

$$f_y(x,y) = 4x - 4y - 20$$

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 4y = 10 \\ 4x - 4y = 20 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,5 \\ 10x = 30 \quad \boxed{x=3} \\ 4 \cdot 3 - 4y = 20 \quad 12 = 20 + 4y \\ -8 = 4y \quad y = -8/4 \quad \boxed{y=-2} \end{array}$$

$$f_{xx}(x,y) = 6$$

$$f_{yy}(x,y) = -4 \quad 0,5$$

$$f_{xy}(x,y) = 4$$

$$6 \cdot (-4) = -24$$

$$4^2 = 16$$

$(3, -2)$ är en
 $-24 < 16 \rightarrow$ saddle point
 (eftersom $F_{xx} \cdot F_{yy} < (F_{xy})^2$) $0,5$
 alltså varken maximipunkt
 eller minimipunkt

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NE6B01-0031-RFO

Löpande sidnr
Consecutive no:

6

$$4) \quad Q = 500 - 3P - 2P_A + 0,01Y$$

$$P = 20$$

$$P_A = 30$$

$$Y = 5000$$

$$E_P = \frac{P}{Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial P}$$

$$Q = \frac{500 - 3 \cdot 20 - 2 \cdot 30 + 0,01 \cdot 5000}{1} = \frac{20}{1} = 20$$

$$\frac{\partial Q}{\partial P} = -3 \quad 0,5$$

$$E_P = \frac{P}{Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial P} = -3 \cdot \frac{20}{430} = -\frac{60}{430} = -\frac{6}{43} = -0,1395$$

$$E_P = -0,1395 \quad 0,5$$

Uppgift nr /
Question no: 4

Poäng / Points
awarded: 1

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:



5) $Q = K^{1/2} L$

$\varphi = K + 4L$

$M = 120$

$g(K, L, \lambda) = K^{1/2} L + \lambda(120 - K - 4L)$

$$\frac{\partial g}{\partial K} = \frac{1}{2} K^{-1/2} L - \lambda = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{1} \cdot \frac{1}{K^{1/2}} - \lambda = \frac{L}{2K^{1/2}} - \lambda$$

$$\frac{\partial g}{\partial L} = K^{1/2} - 4\lambda$$

$$\frac{\partial g}{\partial \lambda} = 120 - K - 4L$$

$$\frac{L}{2K^{1/2}} - \lambda = 0$$

$$K^{1/2} - 4\lambda = 0 \quad K^{1/2} = 4\lambda \quad K = (4\lambda)^2 = 4^2 \cdot \lambda^2 = 16\lambda^2$$

$$K + 4L = 120$$

$$\frac{L}{2 \cdot 4\lambda} - \lambda = 0$$

$$16\lambda^2 + 4 \cdot 8\lambda^2 = 120$$

$$\frac{L}{8\lambda} - \lambda = 0$$

$$16\lambda^2 + 32\lambda^2 = 120$$

$$48\lambda^2 = 120$$

$$\frac{L}{8\lambda} = \lambda$$

$$\lambda^2 = 2,5$$

$$L = 8\lambda^2$$

$$\lambda = \sqrt{2,5}$$

$$K = 16\lambda^2 = 16 \cdot \sqrt{2,5}^2 = 16 \cdot 2,5 = 40$$

$$K = 40$$

$$40 + 4L = 120 \quad 120 - 40 = 4L$$

$$4L = 80 \quad L = 20$$

Högsta värdet på Q =

$$Q(40, 20) = 40^{1/2} \cdot 20 = 126,49$$

 $\sqrt{(\text{Tolkning av } \lambda^2)}$



Skriv ej i detta område
Leave this area blank

b a) * ANTAGANDEN:

Slumpmässiga urval

Lika populationsstandardavvikelser för alla populationer

Normalfördelade populationer

Kvantitativa variabeltyper

0,5

* HYPOTESER:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

H_a : Populationsmedelvärdena är inte samma för alla populationer, minst ett populationsmedelvärde avviker från övriga.

0,5

* TESTSTATISTIK: A:

$$F = \frac{MST}{MSE} = \frac{SST/(g-1)}{SSE/(n-g)}$$

$$SS_{tot} = \sum (x - \bar{x}_{tot})^2 = 193,46 + 73,50 = 266,96 \quad (SST + SSE)$$

$$SST = \sum (\bar{x}_i - \bar{x}_{tot})^2 = 193,46$$

$$SSE = \sum (x - \bar{x}_i)^2 = 73,50$$

	SS:	df:	MS:	F
Between (T)	193,46	3 *	64,49	19,31
Within (E)	73,50	22 ⊗	3,34	
Total (tot)	266,96	25 °		

$$* g-1 = 4-1=3$$

$$\otimes n-g = (7+5+8+6) - 4 = 22$$

$$^\circ n-1 = (7+5+8+6) - 1 = 25$$

$$MST = SST/(g-1) = 64,49$$

$$MSE = SSE/(n-g) = 3,34$$

$$F = MST/MSE = 64,49/3,34 = 19,31$$

0,5

Uppgift nr /
Question no: 6

Poäng / Points
awarded:



Lärens
anteckning
Examiner's remarks:



Värde från F-tabell: $F_{3,22} = 3,105$ 0,5

* SWITSATS:

Eftersom det observerade F-värdet 19,31 är större än det förväntade F-värdet 3,105 kan vi förkasta H_0 . 0,5

På 5% signifikansnivå är data tillräckligt stark för att kunna påstå att populationsmedelvärdena skiljer sig åt, minst ett värde avviker från övriga. 0,4

b) $CI: (\bar{X}_i - \bar{X}_j) \pm t \cdot \sqrt{MSE \cdot \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}}$ dt för $t = \frac{n-g}{n-g-2} = 2,07$

1 och 2) $\mu_1 - \mu_2 = (16 - 20) \pm 2,07 \cdot \sqrt{3,34 \cdot (\frac{1}{7} + \frac{1}{5})}$
 $= -4 \pm 2,07 \cdot 1,07$
 $= -4 \pm 2,215 = [-6,215; -1,785]$

Intervallet innefattar endast negativa värden vilket gör att vi kan vara ^{minst} 95% säkra på att $\mu_1 < \mu_2$

1 och 3) $\mu_1 - \mu_3 = (16 - 21) \pm 2,07 \cdot \sqrt{3,34 \cdot (\frac{1}{7} + \frac{1}{8})}$
 $= -5 \pm 1,96 = [-6,958; -3,042]$

Intervallet innefattar endast negativa värden vilket gör att vi kan vara minst 95% säkra på att $\mu_1 < \mu_3$

1 och 4) $\mu_1 - \mu_4 = (16 - 14,5) \pm 2,07 \cdot \sqrt{3,34 \cdot (\frac{1}{7} + \frac{1}{6})}$
 $= 1,5 \pm 2,105 = [-0,605; 3,605]$

Intervallet innefattar värdet 0, alltså skulle μ_1 och μ_4 kunna vara lika

Uppgift nr /
Question no: 6

Poäng / Points
awarded:



Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:



$$\begin{aligned} \text{2och3)} \quad \mu_2 - \mu_3 &= (20 - 21) \pm 2,07 \cdot \sqrt{3,34 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{8}\right)} \\ &= -1 \pm 2,157 = [-3,157; 1,156] \end{aligned}$$

Intervalltet innehåller 0, alltså skulle μ_2 och μ_3 kunna vara lika.

$$\begin{aligned} \text{2och4)} \quad \mu_2 - \mu_4 &= (20 - 14,5) \pm 2,07 \cdot \sqrt{3,34 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right)} \\ &= 5,5 \pm 2,29 = [3,209; 7,791] \end{aligned}$$

Intervalltet innehåller endast positiva värden, alltså kan vi vara minst 95% säkra på att $\mu_2 > \mu_4$

$$\begin{aligned} \text{3och4)} \quad \mu_3 - \mu_4 &= (21 - 14,5) \pm 2,07 \cdot \sqrt{3,34 \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{6}\right)} \\ &= 6,5 \pm 2,043 = [4,457; 8,543] \end{aligned}$$

Intervalltet innehåller endast positiva värden vilket gör att vi kan vara minst 95% säkra på att $\mu_3 > \mu_4$

1,5

Sammanfattning:

$$\mu_1 < \mu_2$$

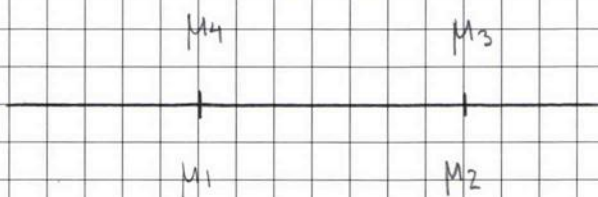
$$\mu_1 < \mu_3$$

μ_1 μ_4 kan vara lika

μ_2 μ_3 kan vara lika

$$\mu_2 > \mu_4$$

$$\mu_3 > \mu_4$$



0,5



b c) Baserat på resultaten från F-testet och
konfidensintervallen skulle jag förvänta mig att
populationsmedellängden skiljer sig åt.
 μ_1 och μ_4 har lägre populationsmedellängd
än μ_2 och μ_3 vilket innebär att
Fertilizer 2 och 3 ger längre morötter än vad
fertilizer 1 och 4 gör.

0,5

Uppgift nr /
Question no: 6

Poäng / Points
awarded: 5

Lärens
anteckning
Examiner's remarks: