



# TENTAMEN / EXAMINATION



12307683

Fylls i av **student** / To be completed by the **student**

Skriv anonymiseringskoden på samtliga svarsblad / Write your anonymity code on each sheet		Anonymiseringskod / Anonymity code	
		N E G B 0 1 - 0 0 3 1 - N D S	
Provbenämning / Exam name			Oanmäld
Kvantitativa metoder i nationalekonomi			
Kurskod / Course code	Modul / Module	Tentamensdatum / Examination date	
N E G B 0 1	1 0 0 0	2 0 2 3 - 0 2 - 1 0	
Jag har tagit del av regler som gäller vid tentamen / I have read the current rules for examinations		<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	Antal inlämnade blad med anonymiseringskod / Number of sheets with anonymity code
			17 ✓

Fylls i av **skrivvakt** / To be completed by the **invigilator**

Kontroll av legitimation / Identification checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	Härmed intygas att kontroller utförts / This is to certify that the checks have been carried out
Kontroll av inlämnade blad / Answer sheets checked	<input checked="" type="checkbox"/> Ja / Yes	
Inlämningstid / Time of submission	17:54	Tydlig sign. / Signature 

Fylls i av **lärare** / To be completed by the **examiner**

Bedömning av uppgifter / Questions attempted										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	~
2	1	1,5	1	3,5	1	4	4,5			
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	~
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	~
Totalt antal poäng / Total points				Examin. lärare / Kursansvarig signatur / Signature of the examiner						
18,5										
Betyg / Grade				Namnförtydligande / Clarification of the signature						
VG										

12307683



Försätsbladet ska alltid lämnas in även om ingen uppgift behandlats /  
Examination should always be submitted even if no questions are answered



$$a) \quad \begin{array}{r} +5x \quad +50 \quad -50 \quad -5x \\ 15x - 50 = 200 - 5x \end{array}$$

$$\frac{20x}{20} = \frac{250}{20}$$

$$x = 12,5 \quad 0,5$$

$$b) \quad \frac{3x^2}{3} = \frac{-21x - 30}{3}$$

$$x^2 = -7x - 10$$

$$x^2 + 7x + 10 = 0$$

$$x = -3,5 \pm \sqrt{(-3,5)^2 - 10}$$

$$x = -3,5 \pm 1,5$$

$$x_1 = -5 \quad x_2 = -2 \quad 0,5$$

$$c) \quad \frac{100 \cdot 1,08^x}{100} = \frac{150}{100}$$

$$1,08^x = \left(\frac{150}{100}\right)$$

$$\lg 1,08^x = \lg \left(\frac{150}{100}\right)$$

$$\frac{x \cdot \lg 1,08}{\cancel{\lg 1,08}} = \frac{\lg \left(\frac{150}{100}\right)}{\lg 1,08} \quad 0,5$$

$$x = 5,268446244$$

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGBO1-0031-NDS

Löpande sidnr  
Consecutive no:

2

Uppgift nr /  
Question no:

1d)

Poäng / Points  
awarded:

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

$$d) \ln(x) = \ln(7) - \ln(3) + \ln(6)$$

$$\ln(x) = \ln\left(\frac{7}{3}\right) + \ln(6)$$

$$\ln(x) = \ln\left(\frac{7}{3} \cdot 6\right)$$

$$x = \frac{7}{3} \cdot \frac{6}{1}$$

$$x = 14 \quad 0,9$$

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGBO1-0031-NDS

Löpande sidnr  
Consecutive no:

3

Uppgift nr /  
Question no: 2

Poäng / Points  
awarded: 1

Lärens  
anteckning  
Examiner's remarks:

$$\begin{cases} \textcircled{1} & -x + y = -3 \\ \textcircled{2} & 3x + y = 1 \end{cases} \quad y = x - 3 \Rightarrow \textcircled{2}$$

$$3x + (x - 3) = 1$$

$$3x + x - 3 = 1$$

$$4x = 4 \quad 0,5$$

$$x = 1 \Rightarrow y = x - 3$$

$$y = 1 - 3$$

$$y = -2 \quad 0,5$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Kontroll:

$$\textcircled{1} \quad -(1) + (-2) = -3$$

$$-1 - 2 = -3 \quad \checkmark$$

$$\textcircled{2} \quad 3 \cdot (1) + (-2) = 1$$

$$3 - 2 = 1 \quad \checkmark$$

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01-0031-NDS

Löpande sidnr  
Consecutive no:

4

Uppgift nr /  
Question no: 3)

Poäng / Points  
awarded:

1,5

Lärens  
anteckning  
Examiner's remarks:

$$\begin{cases} \textcircled{1} & x + y + z = 8 \\ \textcircled{2} & 2x + 3y - 2z = 35 \\ \textcircled{3} & -5x - 3y + 2z = -47 \end{cases}$$

0,5  
(Metod)

$$\textcircled{A} \quad -3x = -12$$

$$\underline{x = 4} \quad 0,5$$

$$\textcircled{A} = \begin{cases} x = 4 \\ z = -3 \end{cases}$$

$$x = 4 \Rightarrow \textcircled{1} \quad -12 - 3y - 3z = -24 \quad \cdot (-3)$$

$$x = 4 \Rightarrow \textcircled{2} \quad 8 + 3y - 2z = 35$$

$$\begin{array}{r} +4 \\ -4 - 5z = 11 + 4 \end{array}$$

$$-5z = 15$$

$$\underline{z = -3}$$

$$4 + y - 3 = 8$$

$$\underline{y = 7}$$

$$\underline{\underline{\begin{cases} x = 4 \\ z = -3 \\ y = 7 \end{cases}}} \quad 0,5$$

Kontroll:

$$\textcircled{1} \quad 4 + 7 - 3 = 8 \quad \checkmark$$

$$\textcircled{2} \quad 8 + 21 - 2(-3) = 35 \quad \checkmark$$

$$\textcircled{3} \quad -5 \cdot 4 - 3 \cdot 7 + 2 \cdot (-3) = -47 \quad \checkmark$$



Demand function:  $P = 1000 - 4Q^2 - 2Q$

a)  $Q = 10 \Rightarrow$  Demand function för att få  $P = ?$

$$P = 1000 - 4 \cdot (10)^2 - 2 \cdot (10)$$

$$P = 1000 - 400 - 20$$

$$P = 580$$

$$E_p = \frac{580}{10} \cdot \frac{1}{-82}$$

$$E_p = -0,7073$$

0,5

$$P = 580$$

$$Q = 10$$

$$P' = -8Q - 2$$

$$P'(10) = -82$$

b)  $Q = 2 \Rightarrow$  Demand function för att få  $P = ?$

$$P = 1000 - 4Q^2 - 2Q$$

$$P(2) = 1000 - 4(2)^2 - 2 \cdot (2)$$

$$P = 1000 - 16 - 4$$

$$P = 980$$

$$P = 980$$

$$Q = 2$$

$$P' = -8Q - 2$$

$$P'(2) = -18$$

$$E_p = \frac{P}{Q} \cdot \frac{dQ}{dP}$$

$$E_p = \frac{980}{2} \cdot \frac{1}{-18}$$

$$E_p = -27,22$$

0,5



$$a) \quad f(x) = -2x^3 + 8x - e^x$$

$$f'(x) = -6x^2 + 8 - e^x \quad 0,5$$

$$b) \quad h(x) = \ln(x) + \sqrt[3]{x} = \ln(x) + (x)^{1/3}$$

$$h'(x) = \left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{3}x^{-2/3} \quad 0,5$$

$$c) \quad p(x) = e^{\ln(x)}$$

$$p'(x) = \ln(x) \cdot e^{\ln(x)} \quad \checkmark$$

$$d) \quad g(x) = (x^3 + 5x^2 + 5)^{12}$$

$$g'(x) = 12(x^3 + 5x^2 + 5)^{11} \cdot (3x^2 + 10x) \quad 0,5$$

$$e) \quad k(x) = \ln(x^3 + 7x)$$

$$k'(x) = \frac{1}{(x^3 + 7x)} \cdot (3x^2 + 7) \quad 0,5$$

$$f) \quad v(x) = (x^2 + 4)^2 \cdot \ln(5x)$$

$$v'(x) = 2(x^2 + 4) \cdot (2x) \cdot \ln(5x) + (x^2 + 4)^2 \cdot \left(\frac{1}{(5x)}\right) \cdot (5) \quad 0,5$$



Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank

$$g) P(x) = x^{-2} \cdot \ln(x^3)$$

$$P'(x) = -2x^{-3} \cdot \ln(x^3) + x^{-2} \cdot \frac{1}{(x^3)} \cdot (3x^2)$$

0,5

$$h) Q(x) = \frac{(x^3 + 3)^2}{(\sqrt{x})^3}$$

$$Q'(x) = \frac{2(x^3 + 3) \cdot (3x^2) \cdot (x^{0,5})^3 - (x^3 + 3)^2 \cdot 3(x^{0,5})^2 \cdot (0,5x^{-0,5})}{((\sqrt{x})^3)^2}$$

0,5

Uppgift nr /  
 Question no: 5

Poäng / Points  
 awarded:

Lärens  
 anteckning  
 Examiner's remarks:




 Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank

$$f(x, y) = \frac{x^3}{3} + 6x^2 - 64x + 4xy^2$$

$$f_x = \frac{3x^2}{3} + 12x - 64 + 4y^2 = x^2 + 12x - 64 + 4y^2$$

$$f_y = 8xy$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 12x - 64 + 4y^2 = 0 \\ 8xy = 0 \end{array} \right\} 0,5$$

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$0^2 + 12 \cdot 0 - 64 + 4y^2 = 0$$

$$-64 + 4y^2 = 0$$

$$\frac{4y^2}{4} = \frac{64}{4}$$

$$y^2 = 16$$

$$y = \pm \sqrt{16}$$

$$y_1 = 16 \quad y_2 = -16$$

$$(0, 16)$$

$$(0, -16)$$

$$x^2 + 12x - 64 + 4 \cdot 0^2 = 0$$

$$x^2 + 12x - 64 = 0$$

$$x = -6 \pm \sqrt{(-6)^2 + 64}$$

$$x = -6 \pm 10$$

$$x_1 = -16 \quad x_2 = 4$$

$$(-16, 0)$$

$$(4, 0)$$

Uppgift nr /  
Question no: 6Poäng / Points  
awarded: 1Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01-0031-NDS

Löpande sidnr  
Consecutive no:

9

Uppgift nr /  
Question no: 6

Poäng / Points  
awarded:

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

$$f_{xx} = 2x + 12$$

$$f_{yy} = 8x$$

$$f_{xy} = 8y$$

$$f_{yx} = 8y$$

0,5 (Secondary Review)

$(x, y)$	$f_{xx}$	$f_{yy}$	$f_{xx} \cdot f_{yy} - (f_{xy})^2$	
$(0, 16)$ ✓	$12 > 0$	$0$	$0 - (128)^2 < 0$	Saddle point
$(0, -16)$ ✓	$12 > 0$	$0$	$0 - (-128)^2 < 0$	Saddle point
$(-16, 0)$	$-20 < 0$	$-128 < 0$	$2560 - 0 > 0$	local maximum
$(4, 0)$	$20 > 0$	$32 > 0$	$640 - 0 > 0$	local minimum



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01-0031-NDS

Löpande sidnr  
 Consecutive no:

10

Uppgift nr /  
 Question no:

7a)

Poäng / Points  
 awarded:

4

Lärarens  
 anteckning  
 Examiner's remarks:

Häftområde

Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank

7 a)  $f(x,y) = 60xy$  constraint  
 $3x + 5y = 1500$

$$d(x,y,\lambda) = 60xy + \lambda(1500 - 3x - 5y)$$

$$d(x,y,\lambda) = 60xy + 1500\lambda - 3x\lambda - 5y\lambda$$

$$\frac{\partial d}{\partial x} = 60y - 3\lambda$$

$$\frac{\partial d}{\partial y} = 60x - 5\lambda$$

$$\frac{\partial d}{\partial \lambda} = 1500 - 3x - 5y \quad 0,5$$

$$\begin{cases} \textcircled{1} & 60y - 3\lambda = 0 & \cdot 5 \\ \textcircled{2} & 60x - 5\lambda = 0 & \cdot (-3) \\ \textcircled{3} & -3x - 5y + 1500 = 0 \end{cases}$$

0,5 (Metod)

$$\begin{cases} 300y - 15\lambda = 0 \\ -180x + 15\lambda = 0 \\ -3x - 5y + 1500 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 300y - 180x = 0 \\ -3x - 5y + 1500 = 0 \end{cases}$$

Fortsättning nästa sida



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
 (Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
 (For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01-0031-NDS

Löpande sidnr  
 Consecutive no:

11

Uppgift nr /  
 Question no:

7a)

Poäng / Points  
 awarded:

Lärens  
 anteckning  
 Examiner's remarks:

Häftområde

Skriv ej i detta område  
 Leave this area blank

$$\begin{cases} \textcircled{A} & 300y - 180x = 0 \\ \textcircled{B} & -3x - 5y = -1500 \end{cases} \quad \begin{aligned} & 300y = 180x \\ & y = 0,6x \end{aligned}$$

$$-3x - 5(0,6x) = -1500$$

$$-3x - 3x = -1500$$

$$-6x = -1500$$

$$x = \frac{-1500}{-6}$$

$$x = 250 \Rightarrow \textcircled{2} \text{ för få } y$$

0,5

$$-3 \cdot (250) - 5y = -1500$$

$$-750 - 5y = -1500$$

$$-5y = -750$$

$$y = \frac{-750}{-5}$$

$$y \text{ sätts in i } \textcircled{1} \text{ för få } \lambda \Rightarrow \underline{\underline{y = 150}}$$

$$60 \cdot (150) - 3\lambda = 0$$

$$9000 - 3\lambda = 0$$

$$9000 = 3\lambda$$

$$\frac{9000}{3} = \lambda$$

$$\lambda = 3000$$

$$x = 250$$

$$y = 150$$

$$\lambda = 3000$$

Fortsättning nästa sida



Kontroll:

$$\textcircled{1} \quad 60 \cdot (150) - 3 \cdot 3000 = 0 \quad \checkmark$$

$$9000 - 9000 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad 60 \cdot (250) - 5 \cdot 3000 = 0$$

$$15000 - 15000 = 0 \quad \checkmark$$

$$\textcircled{3} \quad -3 \cdot (250) - 5 \cdot (150) + 1500 = 0$$

$$-750 - 750 + 1500 = 0 \quad \checkmark$$

Dvs  $\Rightarrow$

$$x = 250$$

$$y = 150$$

$$\lambda = 3000$$

Maximum value är då:

$$f(250, 150) = 60 \cdot 250 \cdot 150$$

$$f(250, 150) = \underline{\underline{2\,250\,000}}$$

0,5

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01-0031-NDS

Löpande sidnr  
Consecutive no:

13

Uppgift nr /  
Question no: 7b

Poäng / Points  
awarded:

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

$$b) \quad \underline{f(x,y) = 60xy}$$

$$\underline{\text{constraint}} = 3x + 5y = 1501$$

$$= 5y = 1501 - 3x$$

$$y = 300,2 - 0,6x$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad y = 300,2 - 0,6x \\ \textcircled{2} \quad 60xy \neq 0 \end{array}$$

$$60x(300,2 - 0,6x) \neq 0$$

$$f(x) = 18012x - 36x^2 \neq 0 \quad 0,5$$

$$f'(x) = 18012 - 72x$$

$$f'(x) = 0$$

$$18012 - 72x = 0 \quad 0,5 \Rightarrow \textcircled{1}$$

$$x = 250,2$$

$$y = 300,2 - 0,6 \cdot 250,2$$

$$y = 150,1$$

Maximum value är då 0,5

$$60 \cdot 250,2 \cdot 150,1 = 2.253.301,2$$



$$c) f(x, y) = 60xy$$

Om constraint är  $3x + 5y = 150$

då är maximum value (approximativt)

$$60 \cdot 250 \cdot 150 + \lambda$$

$$60 \cdot 250 \cdot 150 + 3000 = 2253000$$

0,5

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank

Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01-0031-NDS

Löpande sidnr  
Consecutive no:

15

Uppgift nr /  
Question no:

8) a)

Poäng / Points  
awarded:

→

Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

Fertilizer 1:  $\hat{X}_1: 16$   $n = 4$

Fertilizer 2:  $\hat{X}_2: 19,5$   $n = 6$

Fertilizer 3:  $\hat{X}_3: 17,2$   $n = 5$

 $\hat{X}_{tot} = 17,8$ 

$$F = \frac{MST}{MSE} = \frac{SST/(g-1)}{SSE/(n-g)} =$$

$$SST = 32,1$$

$$SSE = 36,3$$

Beräkningar?

0,5

Fortsättning nästa sida





Ange anonymitetskod / Write your anonymity code  
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)  
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

NEGB01-0031-NDS

Löpande sidnr  
Consecutive no:

16

Uppgift nr /  
Question no: 8) a

Poäng / Points  
awarded:



Lärarens  
anteckning  
Examiner's remarks:

1. Antaganden

- Kvantitativ variabel
- Standardavvikelsen är lika i alla 3 populationer.
- Normalfördelade populationer
- Slumpmässigt urval

0,5

2. H-I

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

$H_a$ : De 3 populationernas medelvärde är inte lika

0,5

3. Testvariabel

$$F = \frac{MST}{MSE} = \frac{SST / (g-1)}{SSE / (n-g)}$$

$$F = \frac{32,1 / 2}{36,3 / 12} = \frac{16,05}{3,025} = 5,31$$

0,5

Om  $F_{obs} > F_{(2,12)}$  så förkastas  $H_0$

$5,31 > 3,89$

0,5

Slutsats:  $H_0$  förkastas därför kan vi konstatera att det finns någon av populationernas medelvärde skiljer sig, med 5% signifikansnivå.

0,5

Häftområde

Skriv ej i detta område  
Leave this area blank

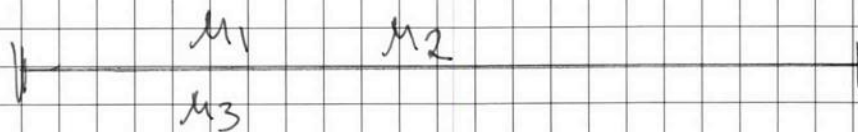


$$b) \quad CI: (\bar{x}_i - x_j) \pm t \cdot \sqrt{MSE \left( \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}$$

$$\begin{aligned} \mu_1 - \mu_2 &: (16 - 19,5) \pm 2,18 \cdot \sqrt{3,025 \cdot \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right)} \\ & [-5,947, -1,053] \quad -3,15 \pm 2,447 \quad \mu_2 > \mu_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_1 - \mu_3 &: (16 - 17,2) \pm 2,18 \cdot \sqrt{3,025 \cdot \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)} \\ & [-3,74, 1,34] \quad -1,2 \pm 2,54 \quad \mu_1 = \mu_3 \text{ möjligt} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_2 - \mu_3 &: (19,5 - 17,2) \pm 2,18 \cdot \sqrt{3,025 \cdot \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{5} \right)} \\ & [0,111, 4,489] \quad 2,3 \pm 2,189 \quad \mu_2 > \mu_3 \end{aligned}$$



Slutsats: Vi kan med 95% säkerhet påstå att  $\mu_1 = \mu_3$  för att talet 0 ingår i intervallret.

Men  $\mu_2$  är större än  $\mu_1$  och  $\mu_3$ .

/ 1,5